Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi
Journal of Research in Education and Teaching
Şubat, Mart, Nisan 2012 Cilt 1 Sayı 1 ISSN: 2146-9199

ÖĞRENCİLERİN RASYONEL SAYILAR KÜMESİNİN YOĞUNLUĞUNU ANLAMALARI

Devrim Yaşar Aktaş
Ordu Fatih Anadolu Lisesi
dinardya@hotmail.com

Meral Cansız Aktaş
Ordu Üniversitesi
cansizmeral@hotmail.com

Abstract

The aim of this study is to determine students' understanding of density in the set of rational numbers. The participants of this study were students who were studying at a high school in the city of Ordu. Data were collected by using the question set which was presented by Vamvakoussi and Vosniadou(2010). In this question set there were intervals with different typed endpoints(natural number-natural number, natural number-decimal, decimal-decimal and fraction-fraction). The participants were asked how many and what type of numbers were there in these intervals and their responses were interpreted within the framework theory approach to conceptual change. At the end of the study it was determined that students' had some difficulities with the density of rational numbers because of their ideas of discreteness. Additionally it was revealed that their responses about the number of intermediate numbers in those intervals effected by the symbolic representation of endpoints.

Key Words: Conceptual change, rational numbers, density.

GİRİŞ

Genel olarak a,b tamsayı, $b \neq 0$ ve aralarında asal olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçimindeki sayılara rasyonel sayılar denir(Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2011: 167). Ayrıca her rasyonel sayının bir ondalık açılımı vardır. Her doğal sayının paydasına 1 yazılarak rasyonel sayı elde edilebileceği açıktır. Dolayısıyla rasyonel sayılar kümesi doğal sayılar kümesini içermektedir. Ancak sahip oldukları özellikler açısından bakıldığında bu iki sayı kümesinin birçok özellikte farklılıklar gösterdiğini söyleyebiliriz. Örneğin rasyonel sayılar kümesi yoğundur(density) yani herhangi iki rasyonel sayı arasında daima bir rasyonel sayı bulabiliriz(sonsuz tane). Ancak doğal sayıların yoğun olduğunu söyleyemeyiz. Zira ardışık iki doğal sayı arasında yine bir doğal sayı bulmak mümkün değildir. Herhangi iki doğal sayı arasında ancak sonlu tane (ardışık olmaları durumunda 0 tane) doğal sayı olduğunu söyleyebiliriz. İşte bu nedenle doğal sayılar kümesi ayrıktır(discreteness) denmektedir.

Rasyonel sayılar kümesinin yapısının anlaşılabilmesi için ayrıklığın doğal sayılar kümesine ait bir özellik olduğunun yani rasyonel sayılar kümesinde korunmadığının ve rasyonel sayıların kesir ve ondalık kesir gösterimlerinin olduğunun öğrenciler tarafından kavranması gerekmektedir (Vamvakoussi ve Vosniadou, 2007). Ancak yapılan çalışmalar doğal sayılar kümesine ait olan ayrıklık özelliğini rasyonel sayılara genişletilmesinin, öğrencilerin rasyonel sayılar kümesinin yoğunluğunu anlamada engel teşkil ettiğini (Merenluoto ve Lehtinen, 2004) ve bu doğal sayı kavramından rasyonel sayı kavramına başarılı bir geçişin kavramsal değişim gerektiğini belirtmektedir (Merenluoto ve Lehtinen, 2002; Merenluoto&Palonen, 2007; Stafylidou ve Vosniadou, 2004: Vamvakoussi ve Vosniadou, 2004; Desmet ve diğ., 2010).

Piaget'in öğrenme teorisi ile Kuhn'un bilimsel devrim(scientific revolution) tanımlamaları üzerine kavramsal değişim yaklaşımında, bireyin karşılaştığı problemleri mevcut kavram şeması ile çözebilmesi durumunda ilgili kavramı değiştirme gereği duymadığı, ancak yeni bilginin bireyin sahip olduğu bilgiler ile uyumlu olmaması durumunda bilişsel bir çatışma yaşadığı öne sürülmektedir. Ayrıca yaşanan bu bilişsel çatışmanın bireyi sahip olduğu şemanın temel taşları üzerinde değişiklikler yaparak yeni bir şema oluşturmaya yöneltitiği belirtilmektedir. Vosniadou (1994) kavramsal değişimin öğrencilerin önceki bilgilerini *zenginleştirme*(var olan kavramsal yapıya yeni bilgilerin eklenmesi) ve *değiştirme*(düşünce, varsayım veya teori yapısında değişiklik olması) yoluyla oluşan yavaş ve kademeli bir süreç olduğunu belirtmektedir. İşte bu süreçte öğrencilerin ne gibi yanılgılarının olduğunun ortaya çıkarılması, öğretim sürecinde dikkate alınması gereken faktörlerin belirlenmesi ve öğretim materyallerinde konunun ele alınış biçimine yön vermesi açısından önemlidir. Bu çalışmanın amacı, öğrencilerin rasyonel sayılar kümesinin yoğunluğu ile ilgili anlamalarını araştırmaktır. Bu amaca bağlı olarak araştırmada aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

1. 10. Sınıf öğrencilerinin farklı gösterimlerde verilen herhangi iki rasyonel sayı arasındaki sayıların sayısı ilgili düşünceleri nasıl bir dağılım göstermektedir?
2. 10. Sınıf öğrencilerinin farklı gösterimlerde verilen herhangi iki rasyonel sayı arasındaki sayıların türü ile ilgili düşünceleri nasıl bir dağılım göstermektedir?

YÖNTEM

Bu çalışmada mevcut durumu tespit etmek amacı ile betimsel araştırma yöntemlerinden alan tarama yöntemi (Çepni, 2007) kullanılmıştır. Ayrıca elde edilen bulguların yorumlanması aşamasında gerekli ilişkilendirmelerin yapılması amacıyla rasyonel sayıların yoğunluğu konusunun öğretim programında (MEB, 2005) ve okutulan ders kitabında (MEB, 2011) ele alınış biçimi doküman analizi ile incelenmiştir.

Örneklem

Araştırmanın örneklemini Ordu ilinde tipik örnekleme yöntemi ile seçilmiş bir lisenin 10 sınıfta öğrenim gören 115 öğrenci oluşturmaktadır. Örneklemin seçildiği okul sosyo-ekonomik düzey açısından ne çok üstte ne de çok altta olan bir okuldur. Araştırma 2011-2012 Eğitim-Öğretim yılının birinci döneminde yürütülmüştür. Araştırmanın yürütüldüğü esnada 9. sınıflarda öğretim programında yer alan sayılar öğrenme alanına henüz geçilmemiş olması nedeniyle örneklem 10. Sınıflardan oluşturulmuştur.

Veri Toplama Aracı

Araştırmada Vosniadou ve Vosniadou (2010) tarafından kullanılan soru setleri ve değerlendirme ölçütleri kullanılmıştır.

Tablo 1: Soru Setlerinde Yer Alan Aralıklar ve Kullanılan Kodlamalar (Vosniadou ve Vosniadou, 2010)

Aralıklar	Aralığın uç noktaları türü	Ortak maddeler	Farklı maddeler	
			T1	T2
Doğal sayı (Ds)	İki doğal sayı	0-1 99-100	-	-
Doğal sayı-Ondalık kesir(DsOndKes)	Doğal sayı- kesir kısmı bir basamaklı ondalık kesir Doğal sayı- kesir kısmı üç basamaklı ondalık kesir	0,9-1 0,009-1	6-6,1 7-7,001	6-6,4 7-7,003
Ondalık Kesir(OndKes)	Kesir kısmı bir basamaklı iki ondalık kesir Kesir kısmı üç basamaklı ondalık kesir	0,1-0,2 0,005-0,006	2,4-2,5 3,123-3,124	2,4-2,7 3,123-3,126
Kesir(Kes)	Paydaları eşit iki kesir Paydaları farklı iki kesir	1/3-2/3 1/7-1/6	3/5-4/5 1/8-1/7	1/5-4/5 1/9-1/7

SEÇENEKLER

A1	Başka sayı yoktur (Sonlu$_0$).
A2	Sonlu sayıda ondalık kesir vardır (Sonlu$_{\neq 0}$, Ondalık kesir).
A3	Sonlu sayıda kesir vardır (Sonsuz$_{\neq 0,}$ Kesir).
A4	Sonsuz sayıda ondalık kesir vardır (Sonsuz-, Ondalık kesir).
A5	Sonsuz sayıda kesir vardır (Sonsuz-, Kesir).
A6	Sonsuz sayıda sayı vardır ve bunlar farklı biçimlerde olabilirler.(kesir, ondalık kesir, devirli ondalık sayı vb.)(Sonsuz, her tür)
A7	Yukarıdaki seçeneklerin hiçbirine katılmıyorum ve ………. şeklinde olduğuna inanıyorum.

Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi
Journal of Research in Education and Teaching
Şubat, Mart, Nisan 2012 Cilt 1 Sayı 1 ISSN: 2146-9199

İngilizceden dilimize çevrilen soru setinde herhangi bir yanlış anlamaya meydan vermemek için soru seti matematik eğiticisi 2 akademisyen ile 1 matematik öğretmenine inceletilmiş, aynı yaş grubundan onar öğrenci ile bir ön uygulama yapılmıştır. Bu uygulamalardan alınan dönütler kullanılarak soru setine son şekli verilmiştir (Tablo 1).

Verilerin Analizi

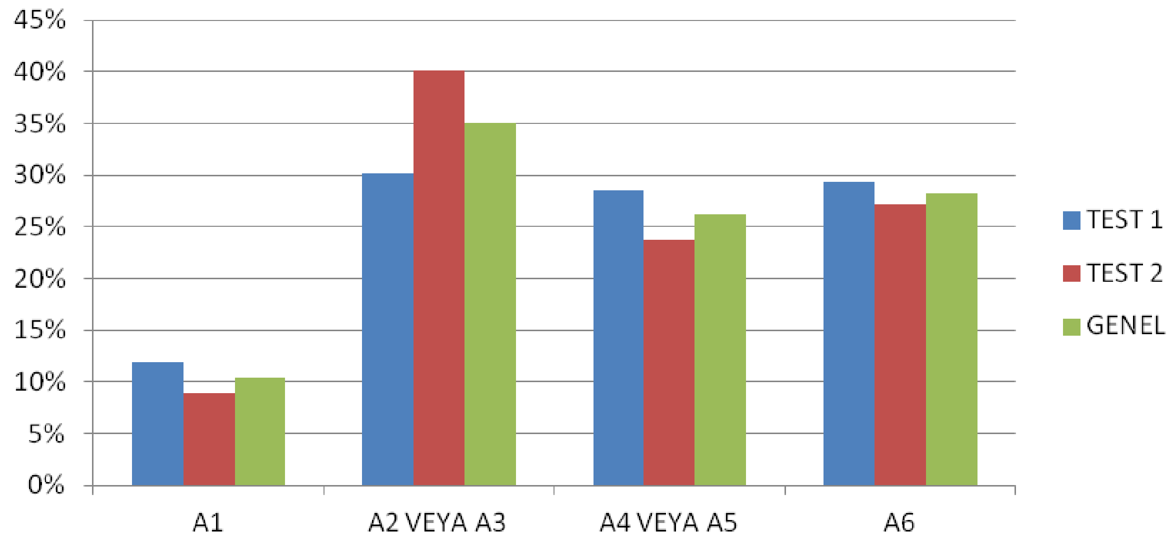
Veri analiz aşamasında öncelikle A1-A6 seçeneklerinin her iki test türünde ve genel olarak işaretlenme yüzdeleri belirlenmiştir. Ardından kullanılan test türlerine göre öğrenci ortalama ve standart sapmaları hesaplanmıştır. Bu aşamada test türünün olası etkilerini ortaya çıkarmak amacıyla $Sonlu_0$ ve Sonlu cevapları SONLU şeklinde adlandırılan yeni bir kategoride birleştirilmiştir. Böylelikle örneğin T1'de yer alan 6-6,1 arasında yer alan sayılar için "başka sayı yoktur" cevabı, T2'de yer alan 6-6,4 arasında yer alan sayılar için "sonlu sayıda sayı vardır" cevabı ile karşılaştırılabilecektir. Böylelikle toplam puan hesaplama sürecinde SONLU cevapları 1 puan, Sonsuz- cevapları 2 puan ve Sonsuz cevapları ise 3 puan ile değerlendirilmiştir (Vosniadou ve Vosniadou, 2010). Öğrencilerin tüm sorulara verdikleri cevapların bu kategorilere dağılımı ile ilgili yüzdeler hesaplanmıştır. Son aşamada, aralıkların uç noktalarının gösteriminin öğrenci cevaplarına etkisini belirlemek amacıyla DsOndKes aralıkları dışındaki aralıklarda (Ds, OndKes, Kes) yer alan sayıların türleri (doğal sayı, ondalık kesir, kesir ve her tür) ile ilgili yüzdeler hesaplanmıştır. Bu aşamada doğal sayılar için A1, ondalık kesirler için A2 ile A4, kesirler için A3 ile A5 ve her tür için A6 cevaplarının sayısı hesaplanmıştır.

Ayrıca matematik öğretim programında(MEB, 2005) ve okutulan ders kitabında (Meb, 2011) rasyonel sayılar kümesinin yoğunluğunun ele alınış biçimi incelenmiş, elde edilen veriler diğer veriler ile ilişkilendirilerek sunulmuştur.

BULGULAR

Soru Setlerinden Elde Edilen Bulgular

Yapılan analiz sonucunda A1(başka sayı yoktur) seçeneğinin Test 1'de (%11,9) Test 2'ye (%8,9) göre daha fazla işaretlendiği belirlenmiştir (Şekil 1).



Şekil 1: Öğrencilerin Cevaplarının Verilen Seçeneklere Dağılımı

Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi
Journal of Research in Education and Teaching
Şubat, Mart, Nisan 2012 Cilt 1 Sayı 1 ISSN: 2146-9199

Aşağıdaki tabloda öğrencilerin puan ortalamaları ve standart sapmalara yer verilmektedir.

Tablo 2: Test Türüne Göre Öğrenci Puan Ortalama ve Standart Sapmaları

Test türü	n	Ortalama	ss
T1	57	1,870	0,608
T2	58	1,864	0,691
GENEL	115	1,867	0,648

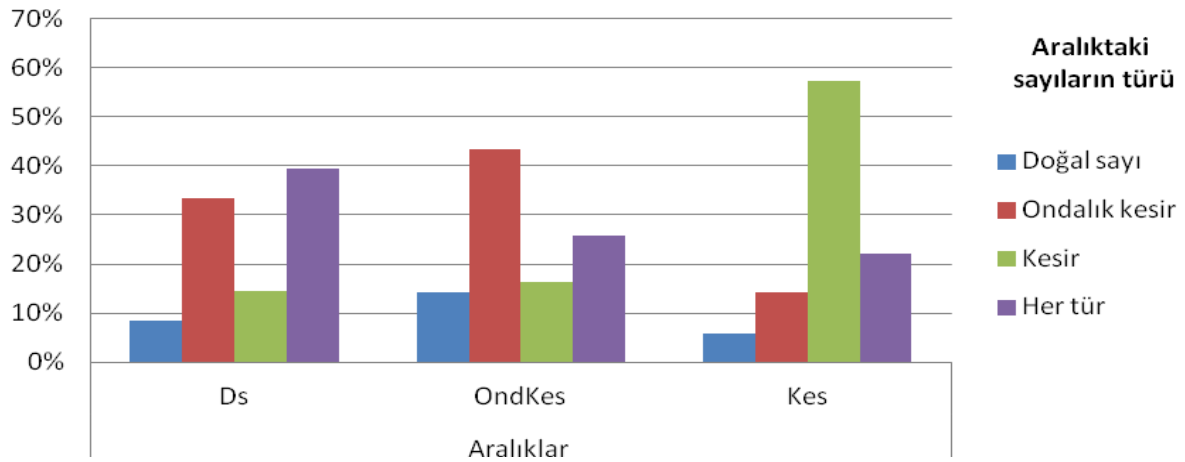
Bu tablodan öğrencilerin her iki test türünde de ortalamalarının birbirine yakın olduğu anlaşılmıştır. 14 soruya verilen cevaplar birlikte düşünülerek cevap türlerinin dağılımı incelendiğinde aşağıdaki tabloya ulaşılmıştır.

Tablo 3: Tüm Sorularda Cevap Türlerinin(Öğrenci Sayısı*14) Dağılımı

	T1 (n=57*14=798)	T2 (n=58*14=802)	GENEL (115*14=1610)
SONLU	331 (%41,47)	385 (%48)	717 (%44,53)
Sonsuz-	225 (%28,19)	187 (%23,31)	412 (%25,59)
Sonsuz	231 (%28.94)	214 (%26,68)	445 (%27,63)
Cevapsız	11 (%1,37)	16 (%1,99)	27 (%1,67)

Bütün sorulara verilen cevapların birleştirilerek analiz edilmesi sonucunda hem T1'de (%41,47) hem T2'de (%48) hem de her iki test birlikte düşünüldüğünde(%44,53) öğrencilerin yarıya yakın bir kısmının SONLU cevabını verdiği anlaşılmıştır.

Aralığın uç noktalarının gösteriminin öğrenci cevaplarında ne derece etkili olduğunun belirlenmesi için yapılan analiz sonucunda aşağıdaki şekle ulaşılmıştır. Bu süreçte S4, S5, S6 ve S7 uç noktalarının aynı türden olmaması nedeniyle analize dışında tutulmuştur.



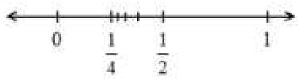
Şekil 2: Aralıkta Yer Alan Sayı Türleri İle İlgili Cevapların Dağılımı

Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi
Journal of Research in Education and Teaching
Şubat, Mart, Nisan 2012 Cilt 1 Sayı 1 ISSN: 2146-9199

Şekil 2'den uç noktaların doğal sayı olması durumunda aralıkta yer alan sayıların her türden olabileceği şeklindeki cevapların, uç noktaların farklı gösterimde olması durumuna göre daha fazla olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca verilen iki doğal sayı arasında ondalık kesir olduğunu düşünen öğrenci sayısı, kesir olduğunu düşünen öğrenci sayısından daha fazladır. Diğer taraftan öğrencilerin aralıkta yer alan sayıların, aralığın uç noktası ile aynı gösterimde olması gerektiği yönünde görüşlerinin daha yaygın olduğu dikkat çekmektedir. Özellikle öğrencilerin yarısından fazlasının(%57,2) iki kesir arasında kesir olduğunu düşünmesi göze çarpmaktadır.

Doküman Analizi Sonucu Elde Edilen Bulgular

Öğretim programında sayılar alt öğrenme alanı ile ilgili kazanımların dördüncüsünün rasyonel sayılar kümesinin yoğunluğu ve beşincisinin rasyonel sayıların ondalık açılımı ile ilgili olduğu belirlenmiştir. Rasyonel sayıların yoğunluğunun, orta nokta bulma yöntemi ile verildiği ve bulunan rasyonel sayıların yalnız kesir gösterimi üzerinde durulduğu Şekil 1'de de görülmektedir. Her rasyonel sayının ondalık açılımı olduğu ile ilgili etkinliğin ise bir sonraki aşamada verildiği anlaşılmıştır.

ALT ÖĞRENME ALANI	KAZANIMLAR	ETKİNLİK İPUÇLARI	AÇIKLAMALAR
RASYONEL SAYILAR	4. Rasyonel sayılar kümesinin yoğun olduğunu gösterir.	 $\frac{1}{2}$ ile $\frac{1}{4}$ sayılarının ortasındaki sayı buldurulur. Sonra bulunan bu sayı ile $\frac{1}{4}$ sayısının ortasındaki sayı buldurulur. İşleme istenildiği kadar devam edilebileceği fark ettirilerek rasyonel sayılar kümesinin yoğun olduğu belirtilir.	$\frac{2}{5} < \frac{x}{6} < \frac{8}{9}$ koşulunu sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?
	5. Verilen bir rasyonel sayının ondalık açılımını yapar.	Öğrencilere $\frac{28}{5}$, $\frac{22}{8}$ ve $\frac{16}{3}$ rasyonel sayıları verilerek paylarını paydalarına bölmeleri istenir. Kendilerinin de rasyonel sayılar yazarak benzer işlemleri yaparak her rasyonel sayının bir devirli ondalık olduğunun farkına varmaları sağlanır.	[!] Her rasyonel sayının ondalık açılımının devirli olduğu ve her devirli ondalık açılımın bir rasyonel sayı olduğu belirtilir. m ve n devirli ondalık sayılar olmak üzere $m = 1,2\overline{3}$ ve $n = 24,\overline{6}$ ise $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ toplamını bulunuz.

Şekil 3: Rasyonel Sayılar Alt Öğrenme Alanında Verilen İlgili Kazanımlar(MEB, 2005).

Okutulan ders kitabında ise öğretim programında verilen sıraya uyulduğu, rasyonel sayıların yoğunluğunun aşağıdaki etkinlik ile verildiği belirlenmiştir:

ETKİNLİK

Yukarıdaki sayı doğrusunda belirtilen 0 ile 1 rasyonel sayılarını toplayıp 2 ile bölünüz. Bulduğunuz rasyonel sayıyı sayı doğrusunda işaretleyiniz.

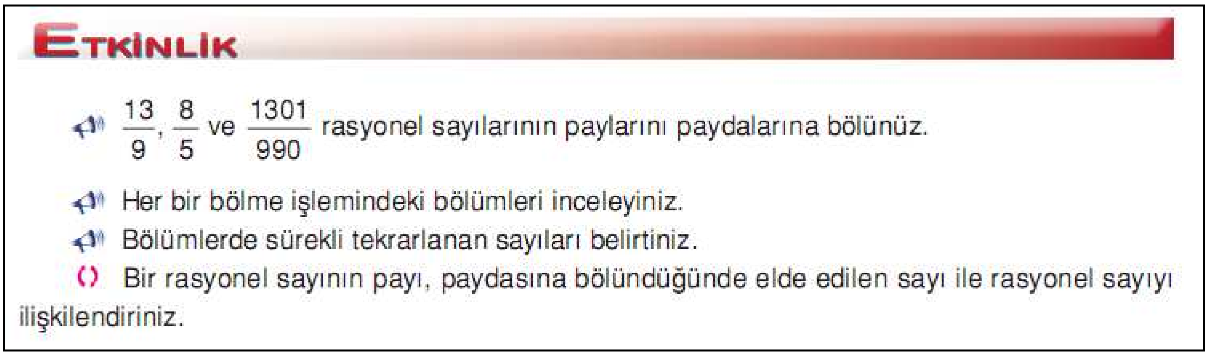
Bu kez sıfır ile işaretleyiniz, sayıyı toplayarak 2 ile bölünüz ve elde ettiğiniz yeni rasyonel sayıyı sayı doğrusunda işaretleyiniz.

İşleme bu şekilde devam ederek 0 ile 1 rasyonel sayıları arasında kaç rasyonel sayı olduğunu tartışınız.

Şekil 4: Ders Kitabında Rasyonel Sayılar Kümesinin Yoğunluğunun Ele Alınış Biçimi (MEB, 2011)

Burada etkinlik esnasında 2 ile bölme işlemi sonucunun ondalık kesir ve(ya) kesir gösterimlerinden hangisinin tercih edileceği ile ilgili herhangi bir yönlendirme yapılmadığı gözlenmiştir. Etkinliğin hemen devamında verilen

3 örneğin hepsinde kesir gösterimlerinin kullanıldığı belirlenmiş ayrıca her rasyonel sayının bir ondalık açılımı olduğu ile ilgili etkinlik (Şekil 5) ve örneklerin bir sonraki aşamaya bırakıldığı anlaşılmıştır(Şekil 5).


ETKİNLİK

$\frac{13}{9}$, $\frac{8}{5}$ ve $\frac{1301}{990}$ rasyonel sayılarının paylarını paydalarına bölünüz.

Her bir bölme işlemindeki bölümleri inceleyiniz.

Bölümlerde sürekli tekrarlanan sayıları belirtiniz.

Bir rasyonel sayının payı, paydasına bölündüğünde elde edilen sayı ile rasyonel sayıyı ilişkilendiriniz.

Şekil 5: Ders Kitabında Rasyonel Sayının Ondalık Açılımının Ele Alınış Biçimi (MEB, 2011)

Tüm bu bölümlerin incelenmesi sonucunda ders kitabında her ne kadar “Her rasyonel sayının bir ondalık açılımı vardır.” ifadesine yer verildiği görülmüşse de hiçbir örnekte ondalık kesir ve kesir gösterimlerinin birlikte sunulmadığı belirlenmiştir. Ondalık kesirler ile ilgili olarak daha çok devirli ondalık açılım üzerine vurgu yapıldığı anlaşılmıştır. Örneğin sıralama sorularının tümünün kesir gösterimi ile verilen rasyonel sayılar ile ilgili olduğu, ondalık kesirlerin sıralanması veya iki ondalık kesir arasında sayı bulma ile ilgili herhangi bir etkinliğe ve örneğe yer verilmediği ortaya çıkmıştır.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Araştırmadan elde edilen bulgular A1(başka sayı yoktur) seçeneğinin Test 1’de (%11,9) Test 2’ye (%8,9) göre daha fazla işaretlendiği göstermektedir (Şekil 1). Yer alan sorular açısından bir inceleme yapılırsa Test 1’de 2,4-2,5 aralığına karşın Test 2’de 2,4-2,7 aralığının verildiği görülebilmektedir. A1 cevabının Test 1’de daha yüksek bir yüzde ile işaretlenmesinin nedeninin aralıkların örnekte açıklandığı şekilde olmasından ve öğrencilerin doğal sayıların ardışıklık özelliği ile ilgili bilgilerini kullanarak cevap vermelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Zira aynı sonuca bir çok araştırmacı tarafından da ulaşılmıştır (Moss, 2005; Ni ve Zhou, 2005; Smith ve diğ., 2005; akt: Vamvakoussi ve diğ., 2011). Benzer şekilde Baki (2006) da öğrencilerin ondalık kesir sayılarını doğal sayılar gibi ardışık düşünmeleri nedeniyle verilen iki ondalık kesir arasında sonsuz sayıda ondalık kesir yazılabileceğini fark edemediklerini ifade etmektedir.

Tüm sorular birlikte düşünüldüğünde öğrencilerin yarıya yakın bir kısmının aralıkta yer alan sayılar için SONLU cevabını verdikleri ortaya çıkmıştır. Zira bu öğrenciler örneğin 3,123 ile 3,126 arasındaki sayıların kaç tane olduğu ile ilgili olarak görüş belirtirken yalnız 3,124-3,125 sayılarını düşünerek cevap vermiş olabilirler. Benzer şekilde Vamvakoussi ve Vosniadou (2004), 0,005 ile 0,006 arasındaki sayılar ile ilgili olarak yapmış olduğu görüşmelerde öğrencilerin 0,0051-0,0052… şeklinde bir ondalık basamak ekleyerek sonlu cevabını verebildiklerini ancak bu işleme bir (0,00511-0,00512…) veya daha fazla (0,005111-0,00512…gibi) basamak ekleyerek devam edemediklerini belirlemiştir. Bu nitelikte düşünceler ile verilen cevaplarda yine öğrencilerin doğal sayılar ile ilgili bilgilerinin etken olduğu düşünülmektedir.

O’Connor(2001), öğrencilerin kesir ve ondalık kesirleri aynı sayının birbirine dönüştürülebilen farklı gösterimleri olarak değil, farklı türden sayılar olarak gördüklerini belirtmektedir. Araştırmadan elde edilen bulgular öğrencilerin çoğunluğunun iki ondalık kesir arasında yalnızca ondalık kesirlerin veya iki kesir arasında yalnızca kesirlerin olduğunu düşündüklerini ortaya koymaktadır. Elde edilen bu bulgunun öğrencilerin cevaplarının aralığın uç noktalarına göre şekillendiğini belirten araştırmaların sonuçları ile örtüştüğünü söyleyebiliriz (Vamvakoussi ve Vosniadou, 2007; Vamvakoussi ve Vosniadou, 2010; Vamvakoussi ve diğ., 2011). Bu aynı zamanda bu öğrencilerin ondalık kesirler ile kesirlerin rasyonel sayıların farklı gösterimleri olduklarını göz ardı ettikleri anlamına gelmektedir. Benzer şekilde iki ondalık kesir arasında kesir olduğunu belirten öğrenciler ile iki kesir arasında ondalık kesir olduğunu belirten öğrenci sayısının azlığı da bu iddiayı bir kez daha onaylamaktadır. Bu bulgu da öğrencilerin iki kesir arasında ondalık kesirlerin yer aldığını kabul etmede gönülsüz oldukları sonucuna varan Vamvakoussi ve Vosniadou'nun (2010) çalışmasının sonuçları ile aynı noktayı işaret etmektedir. Yapılan incelemede matematik öğretim programında ve okutulan ders kitabında rasyonel sayıların yoğunluğu ile ilgili kısımda, iki rasyonel sayı arasında bulunan rasyonel sayıların yalnız kesir gösterimlerinin verildiği ancak konunun devamında her rasyonel sayının bir devirli ondalık açılımı olduğu üzerinde durulduğu belirlenmiştir. Burada öğrencilerin aralıkta bulunan sonsuz tane sayının aralığın uç noktaları ile aynı gösterimde olmak zorunda olmadığının öğrenciler tarafından algılanması için ders öğretmeninin bu nokta üzerinde önemle durması, okutulan ders kitaplarında ilgili düzenlemenin yapılması gerektiği düşünülmektedir.

Özetle bu çalışmada öğrencilerin rasyonel sayılar kümesinin yoğunluğu ile ilgili anlamaları farklı gösterimlerde verilen aralıklarda yer alan sayıların sayısı ile ilgili düşüncelerinin alınması yoluyla araştırılmıştır. Araştırmanın sonucunda doğal sayılar kümesine ait olan ayrıklık özelliğinin öğrencilerin rasyonel sayılar kümesinin yoğunluğunu anlamalarında büyük engel olduğu anlaşılmıştır. Ayrıca, öğrencilerin verilen aralıkta yer alan sayıların aralığın uç noktaları ile aynı gösterimde olması gerektiği yönünde hakim görüşleri olduğu belirlenmiştir.

Not: Bu çalışma 3. Uluslararası Eğitimde Yeni Yönelimler ve Yansımaları Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

KAYNAKÇA

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* Trabzon: Derya Kitabevi.

Çepni, S. (2007). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (3. baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Desmet, L., Gregoire, J. & Mussolin, C. (2010). Developmental changes in the comparison of decimal fractions. *Learning and Instruction*, 20, 521-532.

MEB (2005). *Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB Yayınları.

MEB(2011). *Ortaöğretim matematik 9. sınıf ders kitabı*(1. baskı). İstanbul: Devlet Kitapları.

Merenluoto, K., & Lehtinen, E. (2002). Conceptual change in mathematics: understanding the real numbers, In M. Limon & L. Mason (Ed.), *Reconsidering conceptual change: issues in theory and practice* (pp.233-258). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Merenluoto, K., & Lehtinen, E. (2004). Number concept and conceptual change: outlines for new teaching strategies. *Learning and Instruction*, 14, 519-534.

Merenluoto, K., & Palonen, T. (2007). When we clashed with real numbers: complexity of conceptual change in number concept. In S. Vosniadou, V. Baltas, & X. Vamvakoussi, (Ed), *Re-framing the conceptual change approach in learning and instruction* (pp. 247-263). Amsterdam: Elsevier.

O'Connor, M. C. (2001). Can any fraction turned into a decimal? A case study of a mathematical group discussion. *Educational Studies in Mathematics,* 46, 143-185.

Stafylidou, S. & Vosniadou, S. (2004). Students' understanding of numerical value of fractions: a conceptual approach. *Learning and Instruction,* 14, 503-518.

Vamvakoussi, X. & Vosniadou, S. (2004). Understanding the structure of the set of rational numbers: a conceptual change approach, *Learning and Instruction,* 14, 453-467.

Vamvakoussi, X. & Vosniadou, S. (2007). How many numbers are there in a rational numbers interval? Constrains, synthetic models and the effect of the number line. In S. Vosniadou, V. Baltas, & X. Vamvakoussi, (Ed), *Re-framing the conceptual change approach in learning and instruction* (pp. 265-282). Amsterdam: Elsevier.

Vamvakoussi, X., Christou, K.P., Mertens, L. & Dooren, W. V. (2011). What fills the gap between discrete and dense? Greek and Flemish students' understanding of density, *Learning and Instruction,* 21, 676-685.

Vosniadou, S. (1994). Capturing and modelling the process of conceptual change. *Learning and Instruction*, 4, 45–69.

Vosniadou, S. Verschaffel, L. (2004). Extending the conceptual change approach to mathematics learning and teaching, *Learning and Instruction,* 14, 445-451.