

## ÖĞRENCİLERİN DÖRTGENLERİ ANLAMALARI: PARALELKENAR ÖRNEĞİ

Yrd. Doç. Dr. Meral Cansız Aktaş  
Ordu Üniversitesi  
[cansizmeral@hotmail.com](mailto:cansizmeral@hotmail.com)

Devrim Yaşar Aktaş  
Ordu Fatih Anadolu Lisesi  
[dinardya@hotmail.com](mailto:dinardya@hotmail.com)

### Özet

Bu çalışmanın amacı, öğrencilerin paralelkenar ile ilgili bilgilerini ve anlamalarını belirlemektir. Araştırma tarama yöntemi ile yürütülmüştür. Araştırmanın katılımcıları Ordu ilinde bir lisede öğrenim görmekte olan öğrencilerdir. Veriler öğrencilerin dörtgenler arasındaki kapsama ilişkilerini anlamak amacıyla Fujita(2012) tarafından kullanılan soru seti yardımıyla toplanmıştır. Araştırmanın verileri yine bu çalışmada kullanılan değerlendirme ölçütlerinden yararlanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri anlamamanın çoğu öğrenci için zor olduğu belirlenmiştir. Ayrıca çoğu öğrencinin doğru tanımı bilmelerine rağmen paralelkenarı tipik imgesi ile hatırladıkları, bu öğrencilerin paralelkenarın tipik imgesi ile sınırlı olan bilgilerinin onların kavramsal anlamalarını ve problem çözmelerini etkilediği ortaya çıkmıştır.

**Anahtar kelimeler:** dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırılması, paralelkenar.

## STUDENTS' UNDERSTANDING OF QUADRILATERALS: THE SAMPLE OF PARALLELOGRAM

### Abstract

The aim of this study to determine students' knowledge and understanding of parallelograms. The study was conducted by using survey model. The participants of this study were students who were studying at a high school in the city of Ordu. Data were collected by using the question set which was presented by Fujita(2012) to understand the inclusion relations of quadrilaterals. The findings of these study were analyzed by using the assessment criteria presented in that study, too. At the end of the study it was determined that understanding of the hierarchical classification of quadrilaterals was difficult for many students. Additionally it was revealed that most of the students were likely to recognize parallelograms primarily by prototypical examples even though they knew the correct definition and their knowledge rescripted by prototypical images of parallelograms influenced their conceptual understanding and problem solving.

**Key Words:** hierarchical classification of quadrilaterals, parallelogram.

### GİRİŞ

Geometri öğrencilerin eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerine katkıda bulunması, matematiğin diğer konularının öğretiminde yardımcı olması, matematiğin günlük yaşamda kullanılan önemli bir kısmı olması, bilim ve sanatta kullanılması, öğrencilerin içinde yaşadıkları dünyayı daha yakından tanımalarına yardımcı olması gibi nedenlerden ötürü ilköğretimden beri öğretim programları içerisinde yer almaktadır (Baykul, 2002). Bu denli öneme sahip olan geometrinin öğretilmesindeki temel hedeflerden biri, Amerika'daki Ulusal Matematik Danışma Kurulu (NCSM) tarafından öğrencilerin görsel farkında olma ve mantıksal düşünme yeteneklerinin geliştirilmesi olarak belirtmiştir (Ubuz ve Duatepe, 2004).

Geometri, sadece kurallar, semboller, şekiller ve işlemler yığını olarak görülmemelidir. Aksine geometri, aralarında anlamlı ilişkiler bulunun, kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan bir dildir. Bu ilişkilerin kullanılması ile öğrencilerin geometriyi daha rahat ve anlamlı öğrenmeleri sağlanabilecektir. Ayrıca edinilen bilgi ve becerilerin kalıcılıkları artacak ve geometrinin gücünün takdir edilmesi sağlanacak (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2010) ve dolayısıyla geometrik düşünmenin gelişimine katkıda bulunulabilecektir. Öğrencilere şekillerin özelliklerinin ezberletilmesi, yetersiz örnek sunumu-özellikle yalnız tipik imgenin verilmesi- onların geometrik kavramlar ile ilgili sınırlı yapılar oluşturmalarına ve dolayısıyla kavramı anlamamalarına neden olmaktadır. Öte yandan dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırılması geometrik düşünmenin gelişmesini ilerletecek bir çalışma alanı olarak görülmektedir(Fujita ve Jones, 2007). Örneğin “paralelkenar karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen olarak tanımlanmaktadır”. Eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgeninde karşılıklı kenarları birbirine paralel olduğu için bu dörtgenler de birer paralelkenardır. Dolayısıyla bir özellik paralelkenar için doğrusya aynı zamanda eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgen için doğrudur. Ancak yürütülen birçok çalışmanın sonuçları, öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik sıralamasında birtakım sıkıntılar yaşadıklarını işaret etmektedir (Monaghan, 2000; Toluk ve diğ., 2002; Olkun ve Aydoğdu, 2003; Aktaş, 2005; Erez & Yerushalmy, 2006; Pickreign, 2007; Okazaki ve Fujita, 2007; Fujita ve Jones, 2007; Akuysal, 2007; Ergün, 2010; Aktaş ve Aktaş, 2011). Örneğin Olkun ve Aydoğdu (2003), öğrencilerin geometrik şekilleri sadece ayrı ayrı ve birbirinden bağımsız olarak gördüklerini belirtmektedir. Benzer şekilde Okazaki ve Fujita (2007) ise öğrencilerin birçoğunun kareyi, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin özel hali olarak algılamada zorluklar yaşadıklarını, bununla birlikte eşkenar dörtgeni paralelkenar olarak algılamada daha başarılı olduklarını ileri sürmektedir. Yine çoğu öğrencinin “kare bir paralelkenar değildir çünkü paralelkenar eğik görünmektedir” gibi düşüncelerle- bu konuda zorluklar yaşadığı belirtilmektedir (Erez ve Yerushalmy, 2006; Okazaki ve Fujita, 2007). Fujita ve Jones (2007), öğrencilerin örneğin eşkenar dörtgenin özel bir paralelkenar olup olmadığı konusunda görüşlerini belirtirken sadece bunların imgelerini kontrol etmenin yeterli olmadığını, şekle ait özellikleri karşılıklı olarak ilişkilendirilmeleri gerektiğini belirtmektedir. Gerçekte bu ilişkilerin kurulabilmesi için öğrencilerin yalnız verilen dörtgenin şeklini dikkate alarak değil, bu dörtgene ait özellikleri(kenar, açı vb.) kullanarak karar vermeleri gerekir. Bu işlem ise geometrik düşüncenin gelişmesi iyi bir etkinlik olarak görülmektedir(Fujita, 2008; Fujita, 2012).

Öğrencilerin düşünmelerini analiz etmek ve kavramları nasıl anladıklarını belirlemek için Tall ve Vinner(1981) kavram tanımı(concept definition) ve kavram görüntüsü(concept image) modelini kullanmıştır. Bu modelde, bireylerin epistemolojik ve psikolojik olarak farklı özelliklere sahip olmaları nedeniyle, aynı kavramın farklı şekillerde algılanabildiği vurgulanmaktadır. Burada kavram tanımı(concept definition), o kavramı diğerlerinden ayırmak için kullanılan kelimeler bütünüdür. Kavram görüntüsü (concept image) ise zihinde o kavram ile ilgili olarak uyananları içerir. Bunlara kısmen doğru durumlar ve kavram yanılgıları da dahil edilebilir. Dolayısıyla kavram görüntüsüne, kişiden kişiye değişebilen informal tanım, kavram tanımına ise o kavramın formal tanımı(bilim çevresi tarafından kabul gören genel-geçer tanım) denilebilir. Tall ve Vinner(1981), öğrencilerin daha önceden tanışmış oldukları bir kavramla yeni bir ortamda karşılaşmaları durumunda geçmiş deneyimleri nedeniyle o kavram ile ilgili kavram tanımını geri plana iterek kavram görüntüsünü kullanmaya eğilimli olduklarını belirtmektedir. Diğer taraftan Vinner (1991), bir kavramın öğrenilmesi kadar o kavrama yönelik zengin imgelerin oluşmasının öneminden bahsederek bir kavramla ilgili doğru tanımlamayı yapmanın o kavramın anlaşıldığını garanti altına alamayacağını şu örnekle açıklamaktadır: Örneğin öğrenciler paralelkenar için “karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgen” tanımlamasını yapabilmelerine rağmen, kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgeni paralelkenar olarak algılayamamaktadırlar. Burada öğrencilerin paralelkenara ait kavram görüntüleri(bireyin zihninde oluşan resim, sembol, işlem veya özellikler), örneğin tüm açı ve kenarları eşit olan dörtgenlerin paralelkenar olabileceği algısını engellemektedir.

Yapılan çalışmalarda öğrencilerin şekillere ait doğru tanımlamayı yapmada sıklıkta zorluklar yaşadıkları (de Villiers, 1994; Erez ve Yerushalmy, 2006; Fujita ve Jones, 2006; Okazaki ve Fujita, 2007) ve bu durumda sahip oldukları kavram görüntülerinin etkili olduğu(Fujita ve Jones, 2007) belirtilmektedir. Örneğin Fujita ve Jones(2006a), öğrencilerin büyük çoğunluğunun yamuk hariç dörtgenlerin şekillerini doğru olarak çizmelerine rağmen, doğru tanımları çok azının verebildiğini belirtmektedir. Diğer taraftan doğru tanımlamayı yapabilen öğrencilerin dörtgenleri esas olarak tipik imgeleri ile hatırladıklarını ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri anlamada sıkıntılar yaşadıklarını belirten çalışmalar da mevcuttur (Fujita, 2012).

Öğrencilerin geometrik kavramları anlamalarını belirlemek için onların şekil algıları, tanımlamaları, sınıflamaları ve bilgilerini farklı problem durumunda kullanmaları arasındaki ilişkilerin incelenmesi gereklidir. Bu araştırmanın amacı öğrencilerin paralelkenar ile ilgili anlamalarını, tanıma, tanımlama, özelliklerini belirleme ve muhakeme becerilerini ölçecek sorular yardımı ile belirlemektir. Burada yalnızca bir dörtgen (paralelkenar) ile ilgili anlamaların belirlenmeye çalışılmasının nedeni hem daha derinlemesine bilgi sunmaktır. Bu bağlamda "Öğrencilerin paralelkenarı anlamaları hangi düzeydedir? sorusuna yanıt aranmıştır.

## YÖNTEM

Araştırmanın verileri tarama yöntemi ile toplanmıştır. Bilindiği gibi genellikle diğer araştırma desenlerine göre daha geniş örneklem üzerinde yürütülen bu araştırmalarda, katılımcıların konu ile ilgili, görüş, ilgi, beceri, yetenek, tutum vb. özelliklerinin belirlenmesi söz konusudur (Fraenkel ve Wallen, 2006).

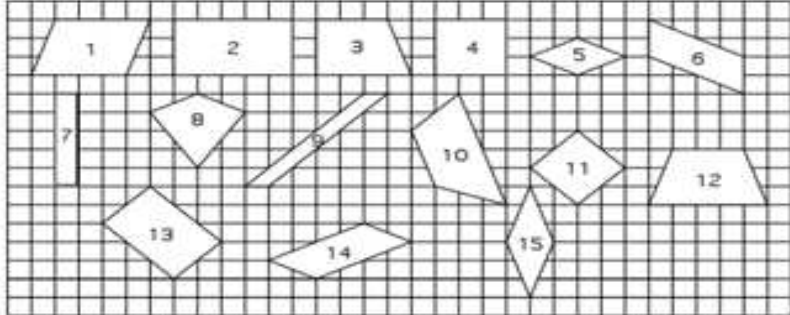
## Örneklem

Araştırmanın örneklemini tipik durum örnekleme yöntemi ile seçilen Ordu il merkezinde bulunan bir lisede öğrenim gören 109 onuncu sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Bu nedenle araştırma tipik olarak belirlenen, şartları itibarıyla diğer okullara göre sıra dışı özellik göstermeyen bir okulda yürütülmüştür. Çokgenler ve Düzlemde kaplamalar ünitesi 9. Sınıfta verildiğinden örnekleme yer alan tüm öğrencilerin paralelkenar ile ilgili ön bilgi sahibi olmasını sağlamak amacıyla örneklem 10. Sınıf öğrencilerinden oluşturulmuştur.

## Veri Toplama Aracı

Çalışmada Fujita'nın (2012) çalışmasında kullandığı ve aşağıda verilen sorulardan yararlanılmıştır.

**Soru 1**



Yukarıdaki şekilde 1-15 ile numaralandırılmış dörtgenlerden hangileri paralelkenardır?

**Soru 2**  
Paralelkenar nedir? Tanımlayınız.

**Soru 3**  
Aşağıdaki cümleleri dikkatlice okuyarak sizce doğru olanları işaretleyiniz.

- (a) Açıları  $90^\circ$  olan paralelkenarlar vardır.
- (b) Paralelkenarda karşılıklı kenarların uzunlukları eşittir.
- (c) Paralelkenarda karşılıklı açılarının ölçüleri eşittir.
- (d) Dörtkenarı da eşit olan paralelkenarlar vardır.
- (e) Bazı paralelkenarların ikiden fazla simetri eksenine sahiptir.

**Soru 4**  
Dört köşesi de bir çember yayı üzerinde olan paralel kenar çizilmesi mümkün müdür?  
Aşağıda verilen (a) (b) (c) seçeneklerinden birini seçiniz.

- (a) Hayır mümkün değildir, çünkü
- (b) Evet mümkündür.
- (c) Bilmiyorum
  - (a) seçeneğini seçmeniz durumunda niçin mümkün olmadığını açıklayınız.
  - Eğer cevabınız (b) seçeneği ise bunu örnek bir şekli çizerek gösteriniz.

Şekil 1. Çalışmada Kullanılan Soru Seti (Fujita, 2012).

Bu soru setinde yer alan Soru 2 (S1) ve Soru 2 (S2) öğrencilerin paralelkenarın imgesi ve tanımı ile ilgili temel bilgilerini, Soru 3(S3) ise paralelkenarları sahip oldukları özelliklere dayanarak nasıl gördüklerini kontrol etmek amacıyla kullanılmıştır. Örneğin, S3'te eğer öğrenci dikdörtgeni paralelkenarın özel bir hali olarak görürse (a) seçeneğini işaretleyecektir. Soru 4 (S4)'te ise öğrencilerin çember yayı üzerine dikdörtgenin çizilebildiğini fark edip muhakeme yoluyla dikdörtgenin aynı zamanda paralelkenar olduğunu görmeleri (yani dörtgenler arasında hiyerarşik ilişki kurmaları) beklenmektedir.

### Verilerin Analizi

Fujita(2012) öğrencilerin paralelkenarı anlamalarını aşağıda Tablo 1'de açıklanan dört düzeyde ele almıştır.

Tablo 1: Paralelkenarı Anlama Düzeyleri(Fujita, 2012)

Düzye	Tanımı
D-P-Hiyerarşik	<i>Öğrenci kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin aynı zamanda paralelkenar olduğunu anlamıştır. Böylece dörtgenlerin tanımları ve özellikleri arasındaki hiyerarşik ilişkiler anlaşılmıştır.</i>
D-P-Kısmen Prototip	<i>Öğrenci paralelkenarın tipik imgesi ile sınırlı olan bilgilerini genişletmeye başlamıştır. Örneğin eşkenar dörtgeni paralelkenar olarak kabul ederler ancak kare ve dikdörtgeni paralelkenar olarak görmezler.</i>
D-P-Prototip	<i>Öğrenci paralelkenarı tipik imgesi ile sınırlı bilgiye sahiptir.</i>
0	<i>Öğrenci paralelkenar ile ilgili temel bilgilere sahip değildir.</i>

Araştırmada kullanılan dört sorunun(Şekil 1) analizi Fujita'nın(2012) çalışmasında kullandığı ve aşağıda Tablo 2'de açıklanan ölçütler doğrultusunda değerlendirilmiştir.

Tablo 2: Soruların Değerlendirme Ölçütleri(Fujita, 2012)

	D-P-Hiyerarşik	D-P- Kısmen Prototip	D-P-Prototip	D-P-0
S1	1,2,4,5,6,7,9,11,13,14,15'den en az on tanesinin seçilmesi ve 3,8,10,12'nin seçilmemesi	1,5,6,9,11,14,15'den en az altı tanesinin veya 1,2,4,5,6,7,9,11,13,14,15'den en az sekiz tanesinin seçilmesi ve 3,8,10,12'nin seçilmemesi	1,6,9,14'den en az üç tanesinin seçilmesi ve 3,8,10,12'nin seçilmemesi	3,8,10,12'den ikisinin seçilmesi, boş veya yanlış olan diğer durumlar
S2	Doğru tanımlama	Şekle ait birçok özelliğin yazılması	Şeklin dış görünüşü ile ilgili tanımlama(eğik dikdörtgen vb.	Boş veya diğer yanlış durumlar
S3	(a)-(e)'den en az dördünün seçilmesi	(b) ve (c) + (a),(d),(e)'den bir tanesi	(b) ve (c)'den en az biri	Boş veya diğer yanlış durumlar
S4	(b) + doğru şekil çizme ve dikdörtgen olarak isimlendirme	(b)+ doğru şekil çizme ve dikdörtgen ve kare olarak isimlendirme	(b)+doğru şekil çizme Doğru şekil çizme ve eşkenar dörtgen olarak isimlendirme	Boş veya diğer yanlış durumlar

Burada bir öğrenci 3,8,10,12 numaralı dörtgenleri seçmeden paralelkenar olanlardan (1,2,3,4,5,6,7,9,11,13,14,15 numaralı dörtgenler) en az 10 tanesini seçmiş ve bu öğrenci S1 için "Dörtgen-Paralelkenar-Hiyerarşik (D-P-Hiyerarşik) düzeyindedir" şeklinde yorumlanmıştır. Buna karşılık eğer bir öğrenci 3,8,10,12 numaralı dörtgenleri seçmeden paralelkenarın tipik imgesini dikkate alarak 1,6,9,14 numaralı dörtgenlerinden en az üçünü seçmişse bu öğrenci D-P-Prototip düzeyinde değerlendirilmiştir. Yine 3,8,10,12 numaralı dörtgenleri seçmeden 1,6,9,14 numaralı dörtgenlerin yanında 1,5,15 numaralı dörtgenlerden ikisinin veya 2,4,5,7,11,13,15 numaralı dörtgenlerden dördünün seçilmesi durumunda ise öğrenci D-P-Kısmen Prototip

düzeyinde değerlendirme yapılmıştır. Burada yapılan bazı küçük yanlışlar için şöyle bir yol izlenmiştir: Örneğin öğrenci 1,6,9,12,14 numaralı dörtgenleri seçmişse (görüldüğü gibi 12 numaralı şekil paralelkenar değil) bu durumda bu öğrencinin S2 ve S3'e verdiği cevaplara bakılmıştır. Eğer bu cevaplar D-P-Prototip düzeyi veya daha üzerinde ise yapılan bu yanlış göz ardı edilmiş ve öğrenci D-P-Prototip düzeyinde değerlendirilmiştir. S2'de öğrenci "karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgen" ifadesini kullanması durumunda D-P-Hiyerarşik düzeyinde, paralelkenar ile ilgili bildiği özellikleri sıralarsa D-P-Kısmen Prototip düzeyine alınmıştır. S3'te tüm seçenekler doğru olduğundan öğrencinin biri yanlış olmalı şeklinde doğru düşüncesini değiştirme ihtimaline karşılık beş seçeneğin dördünün işaretlenmesi durumu D-P-Hiyerarşik düzeyinde değerlendirilmiştir.

## BULGULAR

Öğrencilerin dört soru için düzeylere dağılımı ve ilgili yüzdelere aşağıdaki tabloda yer verilmektedir.

Tablo 3: Öğrencilerin Düzeylere Göre Dağılımı

	D-P-Hiyerarşik	D-P- Kısmen Prototip	D-P-Prototip	D-P-0
S1(tanıma)	12(11)	23(21,1)	61(56)	13(11,9)
S2(tanımlama)	31(28,4)	54(49,5)	6(5,5)	18(16,5)
S3(özellikler)	17(15,6)	26(23,9)	60(55)	6(5,5)
S4(muhakeme)	1(0,9)	1(0,9)	19(17,4)	88(80,7)

Tablo 3'ten birinci soruda öğrencilerin yalnız %11,9'unun verilen dörtgenlerden paralelkenar olan 11 dörtgenden en az 10'unu doğru olarak belirleyebildikleri, buna karşın yalnız 1,6,9,14 numaralı (paralelkenarın tipik imgeleri olan) dörtgenlerden en az üçünün öğrencilerin %56'sı tarafından seçildiği görülmektedir.

Tablo 4'te öğrencilerin birinci soruda kullanılan 15 dörtgenden paralelkenar olarak gördüklerini işaretleme frekans ve yüzdeleri verilmektedir. Buradan paralelkenarın tipik imgeleri (prototipleri) olan 1,6,9,14 numaralı şekillerin en yüksek yüzdelere işaretlendiği (%99,1-%92,7-%91,7-%90,8) dikkat çekmektedir. Ayrıca verilen 15 dörtgenden eşkenar dörtgen(4,5,11,15 numaralı dörtgenler), dikdörtgen(2,4,7,11,13 numaralı dörtgenler) ve kare (4,11 numaralı dörtgenler) olanların paralelkenar olarak nitelendirilme durumları incelendiğinde, öğrencilerin %28,9'unun eşkenar dörtgeni, %23,1'inin dikdörtgeni ve %20,3'ünün kareyi paralelkenarın özel bir hali olarak gördükleri belirlenmiştir.

Tablo 4: S1'de Verilen Dörtgenlerin Paralelkenar Olarak Kabul Edilme Frekans Ve Yüzdeleri

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
f	108	21	7	22	39	101	17	1	100	5	22	9	44	99	43
%	99,1	19,3	6,4	20,2	35,8	92,7	15,6	0,9	91,7	4,6	20,2	8,3	40,4	90,8	39,4

İkinci soruda ise öğrencilerin çoğunluğunun (%49,5) paralelkenarın tanımlarken paralelkenara ait bildikleri bütün özellikleri yazdıkları ve %28,4'ünün doğru tanımlamayı yaptıkları görülmektedir. Bununla birlikte öğrencilerin %16,5'inin ise paralelkenara ait bildikleri özellikleri yazarken ait olmayan bazı özelliklere yer vermeleri, tamamen yanlış ifadeler kullanmaları ya da soruya cevap vermemeleri nedeniyle Düzey 0'a kodlandığı anlaşılmaktadır.

Yapılan inceleme sonucunda S2'de hiyerarşik düzeye kodlanan yani paralelkenar ile ilgili doğru tanımlamayı yapabilen 31 öğrenciden 17'sinin(%54,8) S1'de prototip düzeyde olduğu belirlenmiştir. Paralelkenarı tanımlarken bildikleri tüm özellikleri sıralayarak kısmen prototip düzeyine kodlanan 54 öğrencinin 31'inin(%57,4) S1'de prototip düzeyde olduğu anlaşılmıştır. Hiyerarşik, kısmen prototip, prototip ve 0. Düzeyin sırasıyla 4,3,2,1 ile kodlanarak yapılan analiz sonucunda Spearman's rho korelasyon katsayısı S1 ve S2 için  $r=0,12(p>0,01)$  anlamlı bir ilişkiyi göstermemiştir. Aşağıdaki tabloda öğrencilerin paralelkenar ile ilgili tanımlamalarından örnekler verilmektedir.

Tablo 5: S2’de Öğrencilerin Tanımlamalarından Örnekler

Düzyey		Örnek İfade
D-P-Hiyerarşik	Doğru tanımlama	<i>Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgendir.</i>
D-P-Kısmen Prototip	Bilinen tüm özelliklerin yazılması	<i>Karşılıklı iki kenarı birbirine paralel ve eşit olan ve karşılıklı iki açısı birbirine eşit olan dörtgenlere denir. Kenarları birbirine paralel olan, bir iç açısı ile yanındaki açının toplamı 180° olan dörtgenlerdir.</i>
D-P-Prototip	Tipik imgeye dayalı tanımlama	<i>Bir düzlem üzerinde eğik ve birbirine paralel doğru parçalarının oluşturduğu dörtgendir. Karşılıklı açıları 90° den farklı olarak eşit olan dörtgenlerdir.</i>
0	Yanlış veya boş	<i>Karşılıklı uzun ve kısa kenarların uzunlukları ve doğrultuları uzun olan şekillerdir. Dörtkenarı birbirine eşit düzlemlere denir.</i>

Aşağıda Tablo 6’da üçüncü soruda (a)-(e) şıklarının işaretlenme yüzdeleri verilmektedir

Tablo 6: S3’te Verilen Seçeneklerin İşaretlenme Frekans ve Yüzdeleri

	a	b	c	d	e
f	20	94	88	40	39
%	18,3	86,2	80,7	36,7	35,8

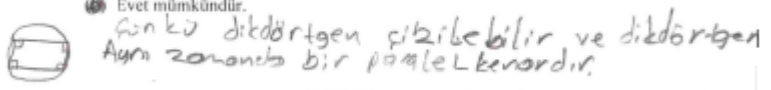
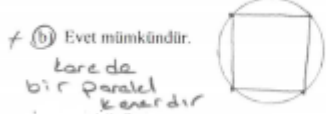


Burada en yüksek yüzde ile (b) (Paralelkenarda karşılıklı kenarların uzunlukları eşittir) ve (c) (Paralelkenarda karşılıklı açıların ölçüleri eşittir) seçeneklerinin işaretlendiği görülmektedir. Ayrıca yukarıda yer verilen Tablo 3’te öğrencilerin çoğunluğunun (%56), (b) ve (c) seçeneklerinden en az birini işaretlemeleri dolayısıyla D-P-Prototip düzeyinde değerlendirildikleri anlaşılmaktadır.

Yapılan inceleme sonucunda 53 öğrencinin hem S1 hem de S3’te prototip veya kısmen prototip düzeyinde olduğu belirlenmiştir. Bu öğrencilerin 42’sinin her iki soruda kısmen prototip, 2’sinin S1’de kısmen prototip S3’te prototip, 7’sinin S1’de prototip S3’te kısmen prototip ve 2’sinin her ikisinde de prototip düzeyinde olduğu anlaşılmıştır. Burada bu öğrencilerin çoğunluğunun (53 öğrenciden 42 öğrenci) S1 ve S3’te kısmen prototip düzeyde olması dikkat çekmektedir. Hiyerarşik, kısmen prototip, prototip ve 0. Düzeyin sırasıyla 4,3,2,1 ile kodlanarak yapılan analiz sonucunda S1 ve S3 için Spearman’s rho korelasyon katsayısı  $r=0,32(p<0,01)$  olarak hesaplanmıştır. Bu orta düzeyde bir ilişki olduğunu göstermektedir. Benzer şekilde yapılan ek inceleme sonucunda S2’de hiyerarşik düzeye kodlanan yani paralelkenar ile ilgili doğru tanımlamayı yapabilen 31 öğrenciden 13’ünün S1 ve S3’ün her ikisinde de prototip düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte S2’de paralelkenarı tanımlarken bildiği tüm özellikleri yazarak kısmen prototip düzeye kodlanan 54 öğrencinin 20’sinin S1 ve S3’ün her ikisinde de prototip düzeyde olduğu anlaşılmıştır. Diğer taraftan yalnızca iki öğrencinin her üç soruda hiyerarşik düzeye kodlandığı ortaya çıkmıştır.

Aşağıdaki tabloda S4’ün analiz edilmesi ile elde edilen bulgulara yer verilmektedir.



Tablo 7: S4'te Öğrencilerin Cevaplarından Örnekler

Düzye	Örnek İfade
D-P- Hiyerarşik	
D-P- Kısmen Prototip	
D-P- Prototip	
0	

Dördüncü soruda sadece 1 öğrenci dikdörtgenin aynı zamanda paralelkenar olduğunu belirterek (b) seçeneğini işaretlemiştir. Burada öğrencilerin çoğunluğunun çizilemez şeklinde görüş bildirerek (a) seçeneğini seçtiği de dikkat çekmektedir. Çoğunluğun çizimin mümkün olmadığı ile ilgili açıklamaları incelendiğinde farklı cevapların verildiği dikkat çekmiştir. Aşağıda bunlardan birkaç örneğe yer verilmektedir:

*Hayır, mümkün değildir çünkü dikdörtgen ya da kare çizilir...*

*Hayır, mümkün değildir çünkü çizilirse 4 köşesi çemberde olacağı için dikdörtgen olur*

Yukarıda verilen iki cevapta öğrencilerin çizilebilecek dörtgenin kare veya dikdörtgen olabileceğini ileri sürerek köşeleri çember üzerinde olan paralelkenarın çizilemeyeceğini belirttikleri anlaşılmaktadır. Bunun yanında paralelkenarın tipik imgesine dayalı olarak yapılan aşağıdaki gibi yorumlar da yapılmıştır.

*Hayır, mümkün değildir çünkü yandaki kenarlar eğik olduğundan çizilemez.*

*Hayır, mümkün değildir çünkü paralelkenar düzlem olduğu için yan bir şekilde duruyor.*

*Hayır, mümkün değildir çünkü paralelkenarın sadece iki köşesi çemberin üzerine geliyor...*

Yapılan ek inceleme sonucunda S4'te 0. Düzeyde olan 88 öğrencinin 54'ünün S1'de ve 51'inin S3'te prototip düzeyde, S4'te prototip düzeyde olan 19 öğrencinin 7'sinin S1'de 9'unun S3'te prototip düzeyde olduğu belirlenmiştir. Ayrıca S4'te kısmen prototip düzeyinde olan 1 öğrencinin, S1 ve S3'te hiyerarşik düzeyde olduğu, S4'te hiyerarşik düzeyde olan 1 öğrencinin de S1 ve S3'te yine hiyerarşik düzeyde olduğu anlaşılmıştır. Hiyerarşik, kısmen prototip, prototip ve 0. Düzeyin sırasıyla 4,3,2,1 ile kodlanarak yapılan analiz sonucunda Spearman's rho korelasyon katsayısı S1 ve S4 için  $r=0,35(p<0,01)$ , S3 ve S4 için  $r=0,27(p<0,01)$  olarak hesaplanmıştır. Bu S1-S4 arasında orta düzeyde ve S3-S4 arasında zayıf bir ilişki olduğunu göstermektedir.

## TARTIŞMA VE SONUÇ

Araştırmadan elde edilen bulgular öğrencilerin yalnız %11'inin verilen 15 dörtgenden paralelkenar olanları doğru olarak belirleyebildiklerini ve %56'sının paralelkenarın tipik imgesi olan "□" şeklindeki 1,6,9,14 numaralı dörtgenleri seçtiklerini ortaya koymaktadır. Elde edilen bu bulgular aynı soru setinin kullanıldığı Fujita ve Jones (2006b) tarafından yürütülen çalışmanın sonuçları benzerlik göstermektedir. Nitekim sözü edilen çalışmada hesaplanan yüzdeler sırasıyla %20 ve %47 olarak belirtilmektedir. Diğer taraftan S1'de 1,6,9,14 numaralı dörtgenlerin işaretlenme yüzdelerinin (sırasıyla (%99,1-%92,7-%91,7-%90,8) de oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Örneğin 1 numaralı şekil neredeyse öğrencilerin tamamı tarafından paralelkenar olarak

değerlendirilmiştir. Verilen bu şeklin paralelkenarın en tipik imgesi olduğu düşünülmektedir. Zira basit bir araştırma yapıldığında, örneğin ders kitapları veya test kitapları incelendiğinde paralelkenar kavramının 1 numaralı şekil kullanılarak tanımlandığı kolaylıkla görülebilmektedir. 6, 9, 14 numaralı dörtgenlerin seçilme yüzdelerinin daha düşük olmasının aynı nedenden kaynaklandığı düşünülmektedir. Monaghan'ın(2000) standart halde (1 numaralı dörtgende olduğu gibi) verilmeyen paralelkenarların (6,9,14 numaralı şekillerdeki gibi) öğrenciler tarafından paralelkenar olarak değerlendirilmediğini belirten araştırması aynı noktaya temas etmektedir. Diğer taraftan Üstün ve Ubuz (2004) de, başarı açısından farklı üç düzeyde olmak üzere kendi öğretmenleri tarafından seçilen 3 sekizinci sınıf öğrencisi ile yaptıkları görüşmeler sonucunda, öğrencilerin sıklıkla prototip figürleri (tipik imgeleri) kullandıklarını ve bunları genel şekil olarak algıladıklarını belirtmektedir.

Okazaki (1995), öğrencilerin eşkenar dörtgenin aynı zamanda bir paralelkenar olduğunu anlamalarının, kare veya dikdörtgenin paralelkenarın özel bir hali olduğunu anlamalarından dahi iyi olduğunu belirtmiştir(Akt. Okazaki ve Fujita, 2007). Benzer olarak Ergün(2010), öğrencilerin eşkenar dörtgen-paralelkenardaki gibi kenar uzunluğuna bağlı sınıflama becerilerinin, kare-paralelkenardaki gibi açı ölçüsüne bağlı sınıflama becerilerinden daha iyi olduğunu belirtmektedir. Bu çalışmada elde edilen veriler bu açıdan analiz edildiğinde öğrencilerin %28,9'unun eşkenar dörtgeni, %23,1'inin dikdörtgeni ve %20,3'ünün kareyi paralelkenarın özel bir hali olarak görebildikleri belirlenmiştir. O halde elde edilen bu bulguların Okazaki (1995) ve Ergün (2010) tarafından yürütülen çalışmaların sonuçları ile paralellik gösterdiği söylenebilir. Ancak elde edilen yüzdelerin çok yüksek olmaması, öğrencilerin bu ilişkilendirmeleri iyi yapamadıklarının bir göstergesi olarak alınabilir. Benzer şekilde ülkemizde yürütülen bir çalışmada Akuysal (2007) öğrencilerin kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgenin paralelkenar olmadığını belirttiklerini, geometrik şekillerin derslerde sürekli aynı görünüşte çizilmesi ve özelliklerinin ezberletilmesi nedeniyle bunları ilk öğrendikleri hali ve ismi ile hatırladıklarını ve daha sonra öğrendikleri geometrik kavramlarla ilişkilendiremediklerini ifade etmektedir.

Öğrencilerin geometrik şekiller ile ilgili kavramsal anlamalarını araştırmada tanımlamalar çok önemlidir (Silfverberg ve Matsuo, 2008; Zazkis ve Leikin, 2008). Araştırmada S2'den elde edilen bulgular, tanımlama adına paralelkenar ile ilgili bildiği tüm özellikleri sıralayan öğrenci sayısının(54 öğrenci, %49,5), doğru tanımlamayı yapan öğrenci sayısından(31 öğrenci-%28,4) fazla olduğunu göstermektedir. Herbst, Gonzalez ve Macke (2005) tarafından yürütülen çalışmanın sonuçları da benzer bir durumu ortaya koymaktadır. Zira bu çalışmada öğrencilerin "tanımlama" kelimesinden, verilen şekil ile ilgili bütün bilinen özellikleri yazma anlamı çıkardıkları ifade edilmektedir. Yine Ergün'ün(2010) öğrencilerin tanımlarda bulunması gereken gerek ve yeter koşulların farkında olmadıklarını ve tanımlama yaparken akıllarına gelen tüm özellikleri ardı ardına sıralayarak ekonomik olmayan tanımlar yaptıklarını belirten çalışması da aynı noktayı işaret etmektedir. Diğer taraftan elde edilen bulgular S1 ve S2 için hesaplanan Spearman's rho korelasyon anlamlı bir ilişki olduğunu göstermemiştir. Bu ilişkinin nedeninin açıklanması için yapılan ek inceleme sonucunda, paralelkenar ile ilgili doğru tanımlamayı yapan (hiyerarşik düzey) ve bildiği tüm özellikleri yazan(kısmen prototip düzeyi) öğrencilerin yarısından fazlasının S1'de prototip düzeyde olduğu anlaşılmıştır. Bu durum Vinner'in (1991) belirttiği bir kavram ile ilgili doğru tanımlamayı yapmanın o kavramın anlaşılmasını garanti altına almayacağını belirten görüşü ile aynı noktayı işaret etmektedir.

Öğrencilerin sıralanan özellikler arasından, paralelkenara ait olanları belirlemeleri amacıyla sorulan sorudan(S3) elde edilen bulgular, öğrencilerin en çok (b) (Paralelkenarda karşılıklı kenarların uzunlukları eşittir) ve (c) (Paralelkenarda karşılıklı açıların ölçüleri eşittir) seçeneklerini işaretlediklerini(sırasıyla %86,2-%80,7)göstermektedir. Böylelikle (a) seçeneğini işaretlemeyen öğrencilerin (yaklaşık %72) kare veya dikdörtgenin, (d) seçeneğinin işaretlemeyen öğrencilerin (yaklaşık %63) kare veya eşkenar dörtgenin ve (e) seçeneğini işaretlemeyen öğrencilerin(yaklaşık %64) karenin aynı zamanda bir paralelkenar olduğunu göremediklerini göstermektedir. Toluk ve diğ. (2002), öğrencilerin bu gibi ilişkileri kendi kendilerine oluşturamamalarını, Türkiye'de matematik eğitiminde sınıflandırma etkinliklerine yer verilmemesine ve dolayısıyla öğrencilerin dikkatinin şekiller ve şekiller arası ilişkilere çekilmemesine bağlamaktadır.

Öğrencilerin paralelkenar ile ilgili bilgilerini farklı problem durumlarına uygulamalarını gerektiren dördüncü soruda yalnız bir öğrencinin dikdörtgenin aynı zamanda paralelkenar olduğunu belirterek (b) seçeneğini işaretlediği görülmüştür. Bu durum öğrencilerin dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri göremediklerinin bir göstergesi olarak alınabilir. Zira Aktaş ve Aktaş(2011), öğrencilerin birtakım ölçümler yaparak özel dörtgenleri



kolaylıkla tanıyabildiklerini ancak bu dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri arzu edilen düzeyde göremediklerini belirtmektedir. Öğrencilerin cevapları arasında “Hayır, mümkün değildir çünkü dikdörtgen ya da kare çizilir...”, “Hayır, mümkün değildir çünkü çizilirse 4 köşesi çemberde olacağı için dikdörtgen olur.” gibi cevaplar bu öğrencilerin kare ve dikdörtgeni paralelkenarın özel bir hali olarak göremediklerini açıkça ortaya koymaktadır. Fujita ve Jones(2007) aynı soruyu kullandığı çalışmasında öğrencilerin “paralelkenar çizilemez, çünkü kare veya dikdörtgen çizilebilir” cevabı vermelerini onların paralelkenarın tipik imgesi ile sınırlı anlamaları olmasının bir sonucu olarak nitelendirmiştir. Yine “Hayır, mümkün değildir çünkü yandaki kenarlar eğik olduğundan çizilemez.”, “Hayır, mümkün değildir çünkü paralelkenar düzlem olduğu için yan bir şekilde duruyor.”, “Hayır, mümkün değildir çünkü paralelkenarın sadece iki köşesi çemberin üzerine geliyor...” gibi cevaplarla da karşılaşmıştır. Bu gibi cevaplar öğrencilerin çizilebilecek dörtgenin paralelkenar olabilmesi için “□” (paralelkenarın tipik imgesi) görünümünde olması gerektiği yönünde inançlar taşıdıklarının bir göstergesi olarak alınabilir. Spearman’s rho korelasyon katsayısı S1 ve S4 için  $r=0,35(p<0,01)$ , S3 ve S4 için  $r=0,27(p<0,01)$  olarak hesaplanması örneğin S1’de verilen dörtgenlerden paralelkenar olanları doğru olarak seçebilen öğrencilerin, sınırlı sayıda paralelkenarı doğru seçebilen öğrencilere göre S4’te daha iyi puan alabileceklerini göstermektedir. Yapılan ek inceleme sonucunda S1’de Hiyerarşik düzeyde olan 12 öğrencinin 10’unun, Kısmen prototip düzeyde olan 23 öğrencinin hepsinin S4’te 0 veya prototip düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin verilen dörtgenler arasından paralelkenar olanları doğru olarak ayırt etme becerilerini muhakeme becerisi gerektiren problemlerin çözümünde kullanmadıklarını göstermektedir.

Özetle araştırmanın sonuçları öğrencilerin tanıma, tanımlama, özellikleri belirleme ve muhakeme becerisi sorularından tanımlama ile ilgili olanda daha başarılı olduklarını göstermiştir. Ancak çoğu öğrencinin doğru tanımlama yapabildiği ya da paralelkenar ile ilgili bildiği birkaç özelliği sıralamasına rağmen paralelkenarı tipik imgesi ile hatırladıkları belirlenmiştir. Bu, öğrencilerin paralelkenarın formal tanımını yalnızca ifade olarak verebildikleri, bu tanımlamayı kullanarak dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiler için çıkarımlar yapamadıkları anlamına gelmektedir. Ayrıca öğrencilerin paralelkenarın tipik imgesi ile sınırlı olan bilgilerinin onların kavramsal anlamalarını ve problem çözmelerini olumsuz yönde etkilediği ortaya çıkmıştır.

**Not:** Bu çalışma 26-28 Nisan 2012 tarihlerinde Antalya’da 46 Ülkenin katılımıyla düzenlenmiş olan “3rd International Conference on New Trends in Education and Their Implications”da sözlü bildiri olarak sunulmuş olup, “Journal of Research in Education and Teaching” Bilim Kurulu tarafından yayınlanmak üzere seçilmiştir.

## KAYNAKÇA

- Aktaş, D.Y. (2005). *İşbirliğine dayalı grup çalışması ile öğrencilerin geometri anlama düzeylerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Aktaş (Cansız), M. & Aktaş, D.Y. (2011). 8. Sınıf öğrencilerinin dörtgenleri köşegen özelliklerinden yararlanarak tanıma sürecinin incelenmesi, 10. Matematik Sempozyumunda sözlü olarak sunulmuştur. İstanbul, Işık Üniversitesi.
- Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanlışları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Baykul, Y. (2002). *İlköğretimde matematik öğretimi*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *Learning of Mathematics*, 14(1), 11-18.
- Erez, M. & Yerushalmy, M. (2006) “If you can turn a rectangle into a square, you can turn a square into a rectangle”: young students’ experience the dragging tool. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(3), 271-299.

Ergün, S. (2010). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Fraenkel, J.R. & Wallen, N.E. (2006). *How to design and evaluate research in education* (6th ed.). New York: McGraw-Hill.

Fujita, T. & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9 (1&2), 3-20.

Fujita, T. (2008). Learners' understanding of the hierarchical classification of quadrilaterals. In M. Joubert (Ed), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*: 28(2), 31-36.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 60-72.

Herbst, P., Gonzalez, G. & Macke, M. (2005). How can geometry students understand what it means to define in mathematics? *The Mathematics Educator*, 15 (2), 17-24.

MEB, (2010). *Ortaöğretim geometri dersi 9-10. sınıflar öğretim programı*. Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Monaghan, F. (2000). What difference does it make? children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-196.

Okazaki, M. & Fujita, T. (2007). Prototype Phenomena and Common Cognitive Paths in the Understanding of the Inclusion Relations Between Quadrilaterals in Japan and Scotland. In J. Woo, H. Lew, K. Park & D. Seo (Ed), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*: 4, 41-48.

Olkun, S. & Aydoğdu, T. 2003. Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Araştırması (TIMSS) Nedir? Neyi Sorgular? Örnek Geometri Soruları ve Etkinlikleri. *İlköğretimonline*, 2(1), 25 Eylül 2005 tarihinde <http://ilkogretim-online.org.tr/vol2say1/v02s01d.htm> adresinden alınmıştır.

Pickreign, J. (2007). Rectangle and Rhombi: How Well Do Pre-Service Teachers Know Them? *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation Of School Teachers*, *IUMPST*, 1, 24 Ekim 2011 tarihinde <http://www.k12prep.math.ttu.edu/journal/contentknowledge/pickreign01/article.pdf> adresinden alınmıştır.

Silfverberg, H. & Matsuo, N. (2008). Comparing Japanese and Finnish 6th and 8th graders' ways to apply and construct definitions. In O. Figueras, J. Cortina, S. Alatorre, T. Jojana, & A. Sepulveda (Ed), *Proceedings of the 32nd Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education*: Vol. 4. (pp.257-264). Mexico: Cinvestav-UMSNH.

Tall, D.O. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with special reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.

Toluk, Z., Olkun, S. & Durmuş, S. (2002). Problem merkezli ve görsel modellerle destekli geometri öğretiminin sınıf öğretmenliği öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine etkisi, *Beşinci Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Cilt 2 (ss. 913-920), Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.

Ubuz, B. ve Duatepe, A. (2004). *Drama temelli geometri ders planlarının geliştirilmesi ve uygulanması*. 01.10.2005 tarihinde <http://www.erg.sabanciuniv.edu/iok2004/bildiriler> adresinden alınmıştır.

Üstün, I., Ubuz, B. (2004). Geometrik kavramların Geometer's Sketchpad yazılımı ile geliştirilmesi. 01.10.2005 tarihinde <http://www.erg.sabanciuniv.edu/iok2004/bildiriler> adresinden alınmıştır.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall, (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65–81). Dordrecht: Kluwer Academic.

Zazkis, R. & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2),131-148.