

MATEMATİK ÖĞRETİMİ VE MATEMATİKSEL DÜŞÜNME

Yrd.Doç. Dr. Esen Ersoy
Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Eğitim Fakültesi, Samsun
esene@omu.edu.tr

Arş. Gör. Pınar Güner
Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Eğitim Fakültesi, Samsun,
pınarguner@omu.edu.tr

Özet

Çalışmanın amacı, sınıf öğretmenliği üçüncü sınıf adaylarının problem çözme becerileri ve matematiksel düşünme düzeylerini araştırmaktır. Çalışma, 2013-2014 eğitim öğretim yılının ilk döneminde, Samsun Ondokuz Mayıs Üniversitesinin sınıf öğretmenliği programının 3. sınıfında okuyan toplam 46 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma, nicel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasına yöneliktir. 13 hafta (26 saat) boyunca yürütülen çalışmada öğrencilere problem çözme becerilerini geliştirmek için Polya'nın (2004) dört adımdan oluşan problem çözme aşamaları anlatılmış, problem çözme stratejileri tanıtılmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak Posamentier ve Krulik (1998) tarafından geliştirilen iki problem ve problem çözme dersinin matematiksel düşünmeye etkisi olup olmadığını belirlemek içinse Ersoy (2012) tarafından geliştirilen "Matematiksel Düşünme Ölçeği" kullanılmıştır. Araştırmanın verileri, iki araştırma probleminin ve matematiksel düşünme ölçeğinin uygulanmasıyla elde edilmiştir. Verilerin analizinde, uygulanan problemlerin çözümleri Polya (1945)'nin problem çözme adımları göz önünde bulundurularak incelenmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin geliştiği ve uygun stratejiyi seçebilme, uygulayabilme becerilerinde olumlu yönde artış olduğunu ortaya çıkarmıştır. Matematiksel düşünme ölçeğinin analizinde öğrencilerin problem çözme becerilerinin matematiksel düşünme üzerinde etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Matematiksel düşünme, problem çözme, problem çözme aşamaları.

MATHEMATICS TEACHING AND MATHEMATICAL THINKING

Abstract

The purpose of this study was to investigate the problem solving skills and mathematical thinking levels of 3rd grade prospective teachers attending primary school teaching program. The research was conducted with 46 3rd grade prospective class teachers studying in Samsun Ondokuz Mayıs University, in the first term of 2013-2014 academic year. The study was oriented case study which is one of the quantitative research methods. Problem solving steps of Polya (1945) which consist of four steps were lectured and problem solving strategies were introduced during 13 weeks (26 hours) in order to improve the problem solving skills of the students. In the study, as data collection tools, two problems which were formed by Posamentier ve Krulik (1998) and in order to determine whether problem solving lesson have an effect on mathematical thinking "Mathematical Thinking Scale" which developed by Ersoy (2012) were used. The data was obtained with implementation of two problems and mathematical thinking scale. In the analysis of data, the solutions of problems were examined by taking into consideration the steps of Polya's problem solving. The findings shows that prospective class teachers' problem solving skills developed and there was increase positively in the abilities of choosing and practising appropriate strategies. The analysis of mathematical thinking scale put forward that problem solving skills of students had an effect on mathematical thinking.

Key Words: Mathematical thinking, problem solving, problem solving stages.

GİRİŞ

Problem ve problem çözme hayatın kaçınılmaz gerçeği ve matematiğin ayrılmaz bir parçasıdır. Problem, bireyde çözme ihtiyacı oluşturan, bireyin çözüm yolunu bilmediği ve çözmek için uğraştığı iştir (Charles ve Lester akt. Baykul, 1999). Polya (1945) problemi, belirsizliği ortadan kaldırmak için bilinçli bir şekilde atılması gereken uygun adımı aramak fakat istenene ulaşmamak olarak tanımlarken, Dewey (1991) insan zihnini karıştırarak belirsizliğe yol açan durum olarak ifade etmektedir (Baykul, 1999). Baki' ye (2006) göre ise problem, bireyde rahatsızlık uyandıran, buna bağlı olarak kendi bilgi ve deneyimlerini kullanarak bireyi çözüm aramaya yönlendiren bir kavramdır. Yapılan bu tanımlar problemin üç temel özelliğini ortaya koymaktadır: karşılaşan kişi için zordur, kişide çözme ihtiyacı oluşturur, kişi ilk defa karşılaşır ve çözümle alakalı hazırlığı yoktur (Altun, 2005). Dewey' e göre problem insan zihninde belirsizlik oluşturan bir durum ise problem çözme de bu belirsizliklerin ortadan kaldırılmasıdır (Tanrıseven, 2000). Daha geniş anlamda problem çözme, belirsizliğin üstesinden gelebilmek için çeşitli alternatif yollar üretmek bunlardan uygun olanı seçmeyi ve uygulamayı içeren bilişsel ve duyuşsal bir süreçtir (Güçlü, 2003). Matematik problemini çözmek ise, çözüme ulaşmayı ve genellemeye gitmeyi savunan süreçlerin yansımasıdır (Sağlamer, 1980). Polya (1945) problem çözme sürecini dört basamakta tanımlamaktadır: problemin anlaşılması, stratejinin belirlenmesi, seçilen stratejinin uygulanması ve değerlendirme.

Problem çözme sürecinin önemli unsurlarından birisi ise problem çözme stratejileridir. Uygun problem çözme stratejisinin kullanımı problem çözüme başarılı olabilmek açısından önemlidir. Problem çözme stratejisi sorunun nasıl çözüleceğine dair yapılan bir plan, perspektif ve olaylardaki örüntüdür (Mintzberg, 1994). Literatürde en çok yer alan problem çözme stratejileri: tahmin ve kontrol, sistematik liste yapma, bağıntı bulma, diyagram çizme, eşitlik veya eşitsizlik yazma, tahmin etme, benzer basit problemlerin çözümünden faydalanma, geriye doğru çalışma, tablo yapma ve muhakeme etmedir. Hatfield, Edwards ve Bitter (1997) problem çözme stratejilerinin seçiminde kişinin tecrübesi, sahip olduğu matematiksel bilginin etkili olduğunu söylerken, Willoughby (1991) önceden problem çözme adımlarının ve stratejilerinin öğretiminin bireyin problem çözme becerisini geliştireceğini savunmaktadır (İsrael, 2003). Burkhardt (1994) öğretmenler açısından problem çözme sürecinin öğretilmesinin matematiksel, pedagojik ve kişisel olarak zor olduğunu savunmaktadır. Bu nedenle, literatürde yer alan uygun problem çözme adımlarının ve stratejilerinin kullanımının problem çözme öğretiminde öğretmenlerin işini kolaylaştıracağı düşünülmektedir.

Matematikçilerin gözünde matematik bizi doğruya, kesin bilgiye götüren biricik düşünme yöntemidir (Yıldırım, 2004). Düşünmenin oluşması için problemin belirlenmesi gerekmektedir. Birey problemin çözümü için kavramlar arasında ilişki kurarak problemi çözmeye çalışır ve bu aşamada da düşünme başlamaktadır (Ersoy,2012). Problem çözme aşamasında bireyin matematiksel düşünme becerisi gelişmektedir.

Öğrencilerin problem çözme ve problem yaratmadaki matematiksel düşünceleri örnek içindeki şekillerden yola çıkarak oluşmaktadır. Öğrenciler problemleri çözmek için uygun çözüm stratejileri seçerek ve çözüm aşamasında birbirleri ile iletişimde bulunarak sonuca ulaşmaktadırlar (Cai, 2003). Matematik eğitiminin önemli bir parçası olan problem çözmeye yönelik öğrencilere eğitim veren öğretmenlerin bu konuda donanımlı olması her anlamda problemlerini çözebilen bireyler yetiştirmek açısından önemlidir. Çünkü öğretmenin sahip olduğu problem çözme yaklaşımına ve bilgi düzeyine bağlı olarak öğrencilerin problem çözmeye ilişkin kazanımları ve becerileri şekillenecektir. Bu nedenle çalışmada, geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının problemi anlama, uygun strateji belirleme, kullanabilme, değerlendirebilme becerileri ve matematiksel düşünme düzeyleri üzerinde durulmuştur.

Problem Durumu

1. Matematik öğretiminde problem çözme sürecinin öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişimine etkisi nedir?
2. Matematikte problem çözme sürecinin öğrencilerin matematiksel düşünceleri üzerindeki etkisi nedir?

YÖNTEM

Çalışma, nicel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasına yönelik bir araştırmadır. Bu çalışmada, problem çözme stratejilerini geliştirmek için ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf dersi olan “Matematikte Problem Çözme” dersinde çeşitli uygulamalar yapılmıştır. Öğrencilerin, problem çözme aşamalarını Polya'nın (1945) problem çözme aşamalarını dikkate alarak çözümlenmeleri sağlanmıştır. Problem çözme aşamasında, problemi anlama, ilgili stratejiyi seçebilme, uygulayabilme ve değerlendirebilme aşamalarında öğrenciler değerlendirilmiştir. Ayrıca, “Matematikte Problem Çözme” dersinin matematiksel düşünme becerilerini ne yönde etkilediği belirlenmeye çalışılmıştır.

Çalışmada problem çözme süreci ve öğretimi 13 hafta (26 saat) boyunca ders olarak işlenmiştir. Dönem başında ve sonunda matematiksel düşünme ölçeği uygulanmıştır. 13. haftanın sonunda iki adet problem uygulanmıştır. Dönem boyunca sınıf içinde çeşitli problemler çözümlenerek uygulamalar yapılmıştır. Elde edilen verilerin analizinde, öğrencilerin problemlerin çözümlerinde problem çözme aşamalarını kullanıp kullanmadıkları belirlenmeye çalışılmıştır. Problem çözme aşamalarında problemi anlama, ilgili stratejiyi seçebilme, uygulayabilme ve değerlendirebilme süreçleri incelenmiştir. Problem çözme aşamaları iki araştırmacı tarafından değerlendirilmiştir. Problemin her aşamasında uyum yüzdesi hesaplanarak değerlendirmeler yapılmıştır. Çalışmada, öğrencilerin verilen bir problemi problem çözme aşamalarını kullanarak çözümlenmeleri ve matematiksel düşünme düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Veri Toplama Araçları

Çalışmada Posamentier ve Krulik (1998) tarafından hazırlanan ve Türkçeye çevrilen iki adet problem ile Ersoy (2012) tarafından geliştirilen “Matematiksel Düşünme Ölçeği” kullanılmıştır. Veri toplama araçları aşağıda detaylı şekilde açıklanmıştır.

Problemler

Çalışmada yer alan problemler, Posamentier ve Krulik (1998)' e ait “Problem-Solving Strategies For Efficient And Elegant Solutions: A Resource For The Mathematics Teacher” isimli kitaptan alınmış ve türkçe'ye çevrilmiştir. Bu problemler aşağıda yer almaktadır.

Problem 1. Barbara 20 soruluk çoktan seçmeli bir test çözer. Testte her doğru cevap için +5 puan, her yanlış cevap için -2 puan, ve soru boş bırakılırsa 0 puan verilir. Barbara bazı soruları boş bırakmasına rağmen testten 44 puan almıştır. Barbara kaç soruyu boş bırakmıştır?

Problem 2. Birbirine komşu olan iki aileden her biri çevre uzunluğu 24 m olan dikdörtgen şeklinde arka bahçeye sahiptir. Fakat, bir bahçenin alanı diğer bahçenin alanından 8 m² daha fazladır. Bu iki bahçenin alan ölçüleri kaçtır?

Matematiksel Düşünme Ölçeği

Matematiksel düşünmeye yönelik ölçeğin geliştirilmesi aşamasında aşağıda belirtilen ölçek geliştirme aşamaları uygulanmıştır (Ersoy, 2012).

Madde Havuzu Aşaması: Oluşturulan madde havuzundaki sorular; üst düzey düşünme, matematiksel düşünme, bilişsel boyut, düşünme düzeyi ve bireysel düşünme becerisi üzerine hazırlanmıştır. Uzman görüşüne sunulmak üzere görüş formunda cevap formatları belirlenmiştir. Maddelerin ilk hallerinden oluşan 32 adet bir madde havuzu oluşturulmuştur. Ölçekteki olumlu maddeler “Tamamen Katılıyorum=5”, “Kısmen Katılıyorum=4”, “Kararsız=3”, “Katılmıyorum=2”, “Hiç Katılmıyorum=1” şeklinde 5’den 1’e doğru puanlanmış, olumsuz ifadeler ise “Tamamen Katılıyorum=1”den “Hiç Katılmıyorum=5” olacak şekilde 1’den 5’e doğru puanlanmıştır.

Kapsam Geçerliliğin Sınanması Aşaması: Uzman görüşlerine sunulan görüş formunda karşılaştırmalar değerlendirilmiştir. Uzman görüşlerinden sonra ölçeğin kapsam geçerliliğinin uygun olduğu ortaya çıkmıştır.

Faktör Analizi Aşaması (Yapı Geçerliliği): Ölçeğin faktör yapılarını tanımlamak üzere önce temel bileşenler analizi kullanılarak dönüştürülmemiş faktör analizi, daha sonra ise temel bileşenlere göre Varimax dik döndürme tekniği kullanılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre KMO değerinin 0,759 çıkması çalışmada yeterli derecede veri olduğunu ve örneklem büyüklüğünün uygunluğunu ortaya çıkarmıştır. Ayrıca verilerin faktör analizine uygulanabilirliğini belirtmek için Bartlett testi sonuçları değerlendirilmiştir. Bartlett testi sonucunda ($p=0,000$) da verilerin faktör analizine uygulanabilirliği ortaya çıkmıştır.

Faktör analizi ilk olarak rotasyon kullanılmadan yapılmıştır. Çoğu değişken birinci faktöre girmiştir. Diğer faktörler, değişkenleri yeteri kadar açıklayamadığı için Varimax metodu kullanılarak rotasyon yapılmıştır. Bu sebep ile Component matrisinde yük değerlerinin 0,30'ın altında olan maddeler için Varimax dik döndürme tekniği kullanılmıştır. Bu aşamada çeşitli denemeler yapıldıktan sonra 8, 10, 11, 18, 25, 26 ve 32. maddeler ölçekten atılmıştır. Rotasyonlu (dönüşümlü) faktör yükleri hesaplanan maddelerin yapılan analizler neticesinde ölçeğin 25 maddeden ve 4 boyuttan oluştuğu görülmektedir. Açıklayıcılık 4 faktöre ayrılmıştır. Dönüşümlü faktör yüklerinden faydalanılarak faktörlerdeki maddelerin taşıdıkları anlam dikkate alınarak elde edilen alt boyutlara sırasıyla; üst düzey düşünme eğilimi, akıl yürütme, matematiksel düşünme becerisi ve problem çözme olarak kodlanmıştır.

Güvenirlilik Aşaması: Yapılan analiz sonucunda ölçeğin güvenirliliği 0,78 olarak hesaplanmıştır. Varılan bu sonuç, geliştirilen “Matematiksel Düşünme Ölçeği”nin geçerli ve güvenilir olduğunu kanıtlar niteliktedir.

Elde edilen veriler sonunda matematiksel düşünme ölçeği 20 olumlu, 5 olumsuz olmak üzere toplam 25 madden oluşmaktadır. Ölçekte yer alan olumsuz maddeler tersten kodlanmıştır. Ölçekten alınacak en yüksek puan 125, en düşük puan 25'dir. Ölçekten alınan puanlar arttıkça matematiksel düşünme düzeyinin arttığı, puanlar azaldıkça matematiksel düşünme düzeyinin azaldığı ortaya çıkmaktadır. Ölçeğin uygulanmasında öğrencilere 15 dakika süre verilmiştir.

Verilerin Toplanması

Veriler, 2013-2014 eğitim-öğretim yılının birinci döneminde “Matematikte Problem Çözme” dersinde toplanmıştır. Dönem başında ve sonunda “Matematiksel Düşünme Ölçeği” tüm öğrencilere uygulanmıştır. Dersin uygulama süreci 13 haftada tamamlanmıştır. Problem çözme aşamalarında Polya (1945)'nin problem çözme aşamaları dikkate alınmıştır. Dönem sonuna kadar sınıfta çeşitli problemler çözülmüş ve bu problemlerin ne tür stratejiler ile çözülebileceği tartışılmıştır. Dönem içinde öğrenciler 3 erli grup oluşturarak ilköğretim matematik programındaki çeşitli problemleri, problem çözme aşamalarını dikkate alarak sunumlar yapmışlardır. Sınıf içindeki öğrenci sunumları Polya (1945)'nin problem çözme aşamalarına göre yapılmıştır. Yapılan sunumlar farklı konulardaki problemleri içermektedir. Her soruda farklı stratejinin kullanılmasına özen gösterilmiştir. Belirlenen problemler dönem sonunda öğrencilere tekrar uygulanmıştır.

Verilerin Çözülmesi

Posamentier ve Krulik (1998) tarafından geliştirilen problemlerin çözümleri, Polya'nın problem çözme aşamaları dikkate alınarak analiz edilmiştir. Öğrencilerin her bir probleme verdikleri cevapların yüzde ve frekans değerleri hesaplanmıştır. Dönem sonunda uygulanan iki probleme ait çözümler aşağıda belirtildiği gibi yapılmıştır.

1. Problemin anlaşılması aşamasında; problemde verilenler ve istenenlerin belirlenmesi,
2. Stratejinin seçilmesi aşamasında; Sistematik liste yapma, Tahmin ve kontrol, Diyagram çizme, Bağlantı bulma (veriler arasında ilişki arama), Eşitlik yazma, Tahmin etme, Benzer problemlerin çözümünden faydalanma, Geriye doğru çalışma, Tablo yapma, Muhakeme etme stratejilerinin seçilmesi.
3. Stratejinin uygulanması aşamasında; seçilen stratejiye uygun çözüm olup olmadığının ve seçilen stratejinin doğru kullanıp kullanmadığının belirlenmesi,
4. Çözümün değerlendirilmesi aşamasında; nerede ne yaptık?, neden yaptık?, çözümün kontrolü, çözüm için başka yol önerme aşamaları sırasıyla ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

Matematiksel düşünme ölçeğinin çözümlenmesi aşamasında, bağımsız gruplar t-testi ile analiz yapılmıştır.

BULGULAR VE YORUMLAR**Problem Çözümlerine ait Bulgular ve Yorumlar**

Problem 1. “Barbara 20 soruluk çoktan seçmeli bir test çözer. Testte her doğru cevap için +5 puan, her yanlış cevap için -2 puan, ve soru boş bırakılırsa 0 puan verilir. Barbara bazı soruları boş bırakmasına rağmen testten 44 puan almıştır. Barbara kaç soruyu boş bırakmıştır?” sorusuna ait bulgular ve yorumlar aşağıda sunulmaktadır. Problemlerin değerlendirmeleri sırasıyla problemin anlaşılması strateji seçimi, stratejinin uygulanması ve çözümün değerlendirilmesi şeklindedir.

a) Problemin Anlaşılması

Birinci problemin çözümünde, problemin anlaşılmasında verilenler ile istenenlerin ortaya çıkartılmasında iki araştırmacının elde ettiği veriler aşağıdaki tabloda verilmektedir.

Tablo 1: Problemin anlaşılması aşamasının iki araştırmacı tarafından değerlendirilmesi

	Verilen				İstenen			
	Doğru		Yanlış		Doğru		Yanlış	
	f	%	f	%	f	%	f	%
1.Araştırmacı	34	74	12	26	25	54	21	46
2.Araştırmacı	33	72	13	28	25	54	21	46

Birinci problemde iki araştırmacının değerlendirmelerine baktığımızda verilenleri doğru belirleyen öğrenciler için uyum yüzdesi %97, verilenleri yanlış belirleyen öğrenciler için uyum yüzdesi %92 olarak bulunmuştur. İki araştırmacının istenenler için yapmış olduğu değerlendirmelere göre; istenenleri doğru belirleyen öğrenciler için uyum yüzdesi %100 iken istenenleri yanlış belirleyen öğrenciler için uyum yüzdesi de %100 olarak bulunmuştur. Tablo 1, öğrencilerin problemin anlaşılması aşamasında verilenleri doğru olarak belirleme yüzdelerinin isteneni doğru olarak belirlemeye oranlarına göre daha yüksek olduğunu göstermektedir. Bu durum öğrencilerin problemde verilenleri kolay tespit edebildiklerini fakat neyin tam olarak istenildiğini belirlemede zorluk yaşadıklarını ortaya koymaktadır.

b) Strateji Seçimi

Birinci problemin anlaşılmasından sonra strateji seçiminde iki araştırmacıya ait değerlendirmeler aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 2. Strateji Seçimini ait frekans ve yüzde değerleri

Seçilen Stratejiler	Frekans (f)	Yüzde (%)
Tablo Yapma	15	33
Tahmin ve Kontrol	5	11
Mantıksal Akıl Yürütme	2	4
Tahmin Etme	5	11
Bağıntı Kurma	1	2
Diyagram Çizme	1	2
Eşitlik Yazma	1	2
Strateji SeçimiYapmayan	16	35
Toplam	46	100

Birinci probleme ait strateji seçimi aşamasında iki araştırmacı da aynı stratejileri tespit etmiştir. Dolayısıyla uyum yüzdesi %100 çıkmıştır. Toplam 46 çözümünün 30’unda (%65) öğrenciler strateji seçimi yaparak problemi çözmeye çalışırken geriye kalan 16 (%35) çözümde strateji seçimi yapılmamıştır. Öğrencilerin çoğunun tablo yapma stratejisi ile problemi çözdükleri yüzde ve frekans (f:15-%33) değerlerinden anlaşılabilir. Tablo 2’den öğrencilerin farklı strateji seçimi yaptıkları ortaya çıkmaktadır.

c) Stratejinin Uygulanması

Seçilen stratejinin uygulanması aşamasına ait değerlendirmeler aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 3: Stratejinin uygulanması aşamasının iki araştırmacı tarafından değerlendirilmesi

Stratejinin Uygulanma Şekli	1. Araştırmacı		Araştırmacı	
	f	%	f	%
Doğru Strateji Doğru Çözüm	26	86	26	86
Doğru Strateji Yanlış Çözüm	3	10	3	10
Yanlış strateji Doğru Çözüm	1	4	1	4
Toplam	30	100	30	100

Tablo 3’de öğrencilerin seçtikleri stratejiler ile gerçekleştirdikleri doğru ve yanlış çözümlere ait frekans ve yüzde değerleri verilmiştir. İki araştırmacının elde ettiği verilere göre doğru strateji seçerek doğru çözüme ulaşan öğrenciler için, doğru strateji ile yanlış çözüme ulaşan öğrenciler için ve yanlış strateji ile doğru çözüme ulaşan öğrenciler için uyum yüzdesi %100 olarak hesaplanmıştır. Uyum yüzdelerindeki tutarlılık iki araştırmacının değerlendirmelerindeki paralelliği göstermektedir. Strateji kullanılarak çözülen 30 problemde 26’sında (%86) öğrenciler doğru strateji ile doğru çözüme ulaşmışlardır. Bu bulgu, problem çözme dersinde öğrenilen stratejilerin büyük oranda doğru kullanıldığını ve matematik öğretiminde problem çözme aşamaları kullanılarak problemlerin başarılı bir şekilde çözülebileceğini ortaya koymaktadır.

d) Çözümün Değerlendirilmesi

Stratejinin uygulanması sonrasında çözümün değerlendirilmesine ait tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 4: Çözümün değerlendirilmesi aşamasının iki araştırmacı tarafından değerlendirilmesi

Çözümün Değerlendirilme Şekli	1. Araştırmacı		2. Araştırmacı	
	f	%	f	%
Doğru Değerlendirme	20	67	17	57
Yanlış Değerlendirme	10	33	13	43
Toplam	30	100	30	100

Seçilen stratejiyi ile doğru değerlendirme yapan öğrenciler için uyum yüzdesi %85 olarak hesaplanırken, yanlış değerlendirme yapan öğrenciler için uyum yüzdesi %77 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen uyum yüzdeleri arasındaki farklılık, iki araştırmacının değerlendirme kriterlerinden kaynaklanabilir. Çözümün değerlendirilmesi aşamasında; öğrencilerin nerede ne yaptık?, ne elde ettik?, sorularını açıklayabilme düzeyleri ve çözüm sırasında yürütülen mantık göz önünde bulundurulmuştur. Elde edilen bulgular, öğrencilerin verdikleri yanıtları değerlendirmede çok başarılı olmadıklarını göstermektedir.

Problem 2. Birbirine komşu olan iki aileden her biri çevre uzunluğu 24 m olan dikdörtgen şeklinde arka bahçeye sahiptir. Fakat, bir bahçenin alanı diğer bahçenin alanından 8 m^2 daha fazladır. Bu iki bahçenin alan ölçüleri kaçtır?

a) Problemin Anlaşılması

İkinci problemin çözümünde, problemin anlaşılması aşamasında verilenler ile istenene ait değerlendirmeler aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 5: Problemin anlaşılması aşamasının iki araştırmacı tarafından değerlendirilmesi

	Verilenler				İstenenler			
	Doğru		Yanlış		Doğru		Yanlış	
	f	%	f	%	f	%	f	%
1.Araştırmacı	25	54	21	46	26	57	20	43
2.Araştırmacı	27	59	19	41	25	54	21	46

İkinci problemde verilenleri doğru belirleyen öğrenciler için uyum yüzdesi %93, verilenleri yanlış belirleyen öğrenciler için uyum yüzdesi %90 olarak bulunmuştur. İki araştırmacının istenenler için yapmış olduğu değerlendirmelere göre; istenenleri doğru belirleyen öğrenciler için uyum yüzdesi %96 iken istenenleri yanlış belirleyen öğrenciler için uyum yüzdesi de %95 olarak bulunmuştur. Tablo 5’de, verilenlerin ve istenenlerin yüzde ve frekans değerlerine baktığımızda doğru cevaplama oranlarının çok yüksek olmadığı anlaşılmaktadır. Bu bulgu, ikinci problemde öğrencilerin verilenler ile istenenleri belirlemede zorluk yaşadıklarını ortaya koymaktadır.

b) Strateji Seçimi

Strateji seçimine ait değerlendirmeler aşağıdaki tabloda belirtilmektedir.

Tablo 6: Strateji Seçimini ait frekans ve yüzde değerleri

Seçilen Stratejiler	Frekans (f)	Yüzde (%)
Tahmin Etme	8	17
Tahmin ve Kontrol	8	17
Eşitlik Yazma	5	11
Mantıksal Akıl Yürütme	2	4
Tablo Yapma	1	2
Bağıntı Kurma	1	2
Strateji Seçimi Yapmayan	21	47
Toplam	46	100

İkinci probleme ait strateji seçimi aşamasında iki araştırmacı da aynı stratejileri tesbit etmiştir. Dolayısıyla uyum yüzdesi %100 çıkmıştır. Toplam 46 problem çözümünün 25’inde (%54) öğrenciler strateji seçimi yaparak problemi çözmeye çalışırken geriye kalan 21 (%46) çözümde strateji seçimini belirtmeden çözüm yapmıştır. Öğrencilerin çoğunun tahmin etme ve tahmin-kontrol stratejisi ile problemi çözdükleri yüzde ve frekans (f:8-%17) değerlerinden anlaşılmaktadır. Tablo 6’dan öğrencilerin farklı strateji seçimi yaptıkları ortaya çıkmaktadır.

c) Stratejinin Uygulanması

Seçilen stratejinin uygulanması aşamasına ait değerlendirmeler aşağıdaki tabloda sunulmaktadır.

Tablo 7: Stratejinin uygulanması aşamasının iki araştırmacı tarafından değerlendirilmesi

Stratejinin Uygulanma Şekli	1. Araştırmacı		2. Araştırmacı	
	f	%	f	%
Doğru Strateji Doğru Çözüm	22	88	22	88
Doğru Strateji Yanlış Çözüm	3	12	3	12
Yanlış strateji Doğru Çözüm	0	0	0	0
Toplam	25	100	25	100

Tablo 7’de öğrencilerin seçtikleri stratejiler ile gerçekleştirdikleri doğru ve yanlış çözümlere ait frekans ve yüzde değerleri verilmiştir İki araştırmacının elde ettiği verilere göre doğru strateji seçerek doğru çözüme ulaşan öğrenciler için, doğru strateji ile yanlış çözüme ulaşan öğrenciler için ve yanlış strateji ile doğru çözüme ulaşan öğrenciler için uyum yüzdesi %100 olarak hesaplanmıştır. Uyum yüzdelerindeki tutarlılık iki araştırmacının değerlendirmelerindeki paralelliği göstermektedir. Öğrencilerin %88’i doğru strateji ile doğru çözüme ulaşmışlardır. Bu değer sınıf öğretmenliği öğrencileri için oldukça yüksek bir değerdir. Elde edilen bu bulgular, ilk problemdeki gibi öğrenilen stratejilerin doğru bir şekilde kullanılabilirdiğini ve matematik öğretiminde problem çözme aşamaları ile problemlerin çözülebileceği ortaya çıkmaktadır.

d) Çözümün Değerlendirilmesi

Stratejinin uygulanması sonrasında çözümün değerlendirilmesine ait tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 8: Çözümün değerlendirilmesi aşamasının iki araştırmacının değerlendirmeleri

Stratejinin Uygulanma Şekli	1. Araştırmacı		2. Araştırmacı	
	f	%	f	%
Doğru Değerlendirme	14	56	13	52
Yanlış Değerlendirme	11	44	12	48
Toplam	25	100	25	100

Seçilen stratejiyi ile doğru değerlendirme yapan öğrenciler için uyum yüzdesi % 93 olarak hesaplanırken, yanlış değerlendirme yapan öğrenciler için uyum yüzdesi %92 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen değerler öğrencilerin kendi çözümlerini değerlendirme konusunda iyi olmadıklarını ortaya koymaktadır.

Matematiksel Düşünme Ölçeğine ait Bulgular ve Yorumlar

Elde edilen verilerin istatistiksel analizlerinden önce verilerin normal dağılıma sahip olup olmadığı belirlenmiştir. Normal dağılım gösteren toplumdan rasgele seçilen n birimlik X_i gözlemlerinin normallik testi W test istatistiği ile test edilir. W test istatistiği, $0 < W \leq 1$ aralığında değişim gösterir. 1’e yakın değerler değişkenin Normal dağılıma sahip olduğunu, 0’a yakın değerler ise değişkenin Normal dağılıma sahip olmadığını gösterir (Özdamar, 2004). Matematiksel düşünme ölçeğine ait verilerin normal dağılıma ilişkin sonuçları Tablo **’de sunulmaktadır.

Tablo 9. Matematiksel Düşünme Ölçeğine Ait Verilerin Normallik Dağılım Tablosu

Shapiro-Wilks Test İstatistiği	W İstatistiği
Ön test	0,958
Son test	0,834

Tablo 9’dan anlaşılacağı üzere, öğrencilerin matematiksel düşünme ölçeğine ait verileri normal dağılım göstermektedir. Veriler normal dağılım gösterdiği için matematiksel düşünme puanları arasında anlamlı fark olup olmadığını belirlemek için bağımsız gruplar t-testi ile analiz yapılmıştır. t-testi sonuçları aşağıda verilmiştir.

Tablo 10: Matematiksel Düşünme Ölçeğine Ait t-testi Analiz Sonuçları

Test Türü	N	\bar{X}	Ss	t	p
Ön test	30	95,7667	7,4077	5,535	0,000*
Son test	30	104,5667	4,5764		

* $p < 0,05$

Tablo 10’a bakıldığında, öğrencilerin ön test-son test matematiksel düşünme puanları arasında anlamlı farklılık çıktığı görülmektedir [$t = 5,535$; $p < 0.05$]. Ortalamalar bazında karşılaştırma yapıldığında, son test puanlarının

artış gösterdiği görülmektedir. Bu bulgu, matematik dersinde problem çözme becerilerinin matematiksel düşünme puanlarını artırdığı sonucunu ortaya çıkartmaktadır.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Elde edilen sonuçlara göre, öğrenciler verilenleri birinci problemde büyük oranda doğru olarak belirlerken ikinci problemde verilenleri yazmada daha az başarı göstermişlerdir. İstenilenleri ise her iki problemde de doğru olarak ifade etme oranları düşük çıkmıştır. Problemlerin zorluğuna bağlı olarak öğrencilerin verilenleri ve istenilenleri ayırt etme derecesi değişiyor olabilir. Ayrıca problemde verilen ve istenen verileri belirlemede öğrencilerin verilenleri istenilenlere göre daha kolay tespit ettikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum öğrencilerin problemde neyin tam olarak istenildiğini sorgulama alışkanlıklarının az olmasından kaynaklanıyor olabilir. Öğrenciler problemleri çözerken genel olarak problemdeki sayıları kullanarak hemen sonuca ulaşma ve diğer probleme geçme eğiliminde olduklarından (Erbaş ve Okur, 2010) istenilenin ne olduğuna odaklanmadan işlem yapmaya başlamaktadırlar. Bundan dolayı da istenilenleri belirleyip doğru olarak ifade etmede zorluk yaşamış olabilirler.

Öğrencilerin verilen problemleri çözerken tercih ettikleri stratejilere bakıldığında, stratejilerin çeşitlilik gösterdiği görülmektedir. Tablo yapma, tahmin ve kontrol, mantıksal akıl yürütme, tahmin etme, bağıntı kurma eşitlik yazma stratejileri her iki problemde de kullanılırken, birinci problemde ikinci problemden farklı olarak diyagram çizme stratejisi de kullanılmıştır. Öğrencilere öğretilen stratejilerin çözüm yollarını zenginleştirdiği görülmektedir. Bu stratejilerin tercih edilme derecelerine bakıldığında ise öğrenciler birinci problemde en çok tablo yapma stratejisini kullanırken (15 çözüm) en az bağıntı kurma (1 çözüm), diyagram çizme (1 çözüm) ve eşitlik yazma (1 çözüm) stratejilerini uygulamışlardır. İkinci problemde öğrenciler en çok tahmin etme (8 çözüm) ve tahmin ve kontrol (8 çözüm) stratejilerini kullanırken en az bağıntı kurma (1 çözüm) ve tablo yapma (1 çözüm) stratejilerini seçmişlerdir. Burada, tablo yapma stratejisinin, birinci problemde en çok tercih edilen strateji iken ikinci problemde en az kullanılan strateji olması dikkat çekmektedir. Bu durumda, problemin yapısına bağlı olarak öğrencilerin tercih ettikleri stratejilerin değiştiği söylenebilir. Ayrıca, öğrencilerin stratejileri benimseme ve kavrama düzeyleri stratejileri tercih etme sıklıklarının da etkilemiş olabilir. Öğrenci iyi anladığı stratejileri daha çok seçme eğiliminde olabilir. Bunların yanı sıra, bazı öğrencilerin strateji seçimi yapmadan problemleri çözmeye çalıştığı tespit edilmiştir. Fakat her iki problemde de strateji kullanılarak yapılan çözümlerin sayısı strateji kullanılmadan yapılan çözümlere göre daha fazladır. Öğrencilerin strateji kullanmadan problemleri çözmeye çalışması, gösterilen stratejilerle ilk defa karşılaşılıyor olmalarından ve henüz içselleştirememiş olmalarından kaynaklanıyor olabilir.

Öğrencilerin seçtikleri stratejiyi uygulama şekilleri incelendiğinde, her iki problemde de çözümlerin yarısından fazlasının uygun stratejilerle çözüldüğü ve her iki problemde de %87-%88 civarında seçilen stratejilerin doğru bir şekilde uygulandığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgu ise problem çözme becerisinin öğrenilebilir olduğunu (Larkin, 1980; Chi, Feltovich & Glaser, 1981; Azai & Yokoyama, 1984; Verschaffel, De Corte & Lasure, 1999; Altun & Sezgin Memnu, 2008) ve uygun öğrenme ortamı sağlandığında, yani öğrenciler bu çalışmada olduğu gibi sürekli ve sistemli bir şekilde problem çözme sürecine tabi tutulduğunda, kazanılan bu becerinin başka problemlerin çözümünde başarıyı sağladığını ortaya koymaktadır. Alan yazında da kişinin bilişsel gelişiminde problem çözmenin önemli katkısının olduğunu destekleyen çok sayıda çalışma bulunmaktadır (Verschaffel ve diğerleri, 1999; Dochy, Segers & Bossche, 2003; Gijbels, Dochy & Bossche, 2005; Özsoy, 2005; Akinsola & Awofala, 2008; Çalışkan, Sezgin Selçuk & Erol, 2010; Tüysüz, Tatar & Kuşdemir, 2010). Ayrıca az sayıda da olsa doğru strateji seçilmesine rağmen yanlış yapılan çözümler bulunmaktadır. Bu durum, stratejiyi doğru seçmenin doğru cevaba götüreceği anlamına gelmediğini göstermektedir. Rudder (2006) ile Erbaş ve Okur (2010) da yaptıkları çalışmalarda bulgularımızı destekleyen sonuçlara ulaşmışlardır.

Problemin değerlendirilmesi aşamasında her iki problem içinde elde edilen sonuçlar öğrencilerin verdikleri yanıtları değerlendirmede çok başarılı olamadıklarını göstermektedir. Bu durum daha önce de bahsettiğimiz gibi öğrencilerin hemen sonuca ulaşma ve diğer probleme geçme eğiliminde olmalarından (Erbaş ve Okur, 2010) ve yaptıkları işlemleri değerlendirme alışkanlıklarının olmamasından kaynaklanıyor olabilir. Bunun yanı sıra, elde edilen bulgularda matematik dersinde problem çözme becerilerinin matematiksel düşünme puanlarını artırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Not: Bu çalışma 24-26 Nisan 2014 tarihlerinde Antalya’da 21 Ülkenin katılımıyla düzenlenen 5th International Conference on New Trends in Education and Their Implications – ICONTE’ de sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

KAYNAKÇA

Akinsola, M.K. & Awofala, A.O.O. (2008). Effects of problem context and reasoning complexity on mathematics problem-solving achievement and transfer of secondary school students. *European Journal of Scientific Research*, 20(3), 641-651.

Altun, M. (2005). *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.

Altun, M. & Sezgin Memun, D. (2008). Matematik öğretmeni adaylarının rutin olmayan matematiksel problemleri çözme becerileri ve bu konudaki düşünceleri. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 4(2), 213-238.

Anzai, Y. & Yokoyoma, T. (1984). Internal models in physics problem solving. *Cognition and Instruction*, 1(4), 397-450.

Baykul, Y., (1999). *İlköğretimde matematik öğretimi 1 ve 5. sınıflar*. Anı Yayıncılık: Ankara.

Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi.

Burkhardt, H. (1994). Mathematical applications in school curriculum. In T. Husén & T. N. Postlethwaite (Eds.), *The international encyclopedia of education (2nd ed.)* (pp. 3621-3624). Oxford/New York: Pergamon Press.

Cai, J. (2003). Singaporean Students’ Mathematical Thinking in Problem Solving and Problem Posing: an Exploratory Study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737.

Charles, R., Lester, F., & O’Daffer, P. (1994). *How to Evaluate Progress in Problem Solving (5th ed.)*. Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.

Chi, M.T.H., Feltovich, P.S., & Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive science*, 5, 121-152.

Çalışkan, S., Sezgin Selçuk, G. & Erol, M. (2006). Fizik öğretmen adaylarının problem çözme davranışlarının değerlendirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 73-81.

Dewey, J. (1991). *How we think*. New York: Prometheus Books, Buffalo.

Dochy, F., Segers, M., Bossche, P.V. & Gijbels, D. (2003). Effects of problembased learning: A metaanalysis. *Learning and Instruction*, 13, 533–568.

Erbaş, A. K. & Okur, S. (2012). Researching students’ strategies, episodes, and metacognitions in mathematical problem solving. *Quality & Quantity: International Journal of Methodology*, 46(1), 89–102.

Ersoy, E. (2012). *Üst Düzey Düşünme Becerilerinin Probleme Dayalı Öğrenme Sürecinde Duyuşsal Kazanımlara Etkisi*. Doktora Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. İzmir.

Gijbels, D., Dochy, F., Bossche, P.V. & Segers, M. (2005). Effects of problembased learning: A Meta-analysis from the angle of assessment. *Review of Educational Research*, 75(1), 27-61.

Güçlü, N. (2003). "Lise müdürlerinin problem çözme becerileri", *Milli Eğitim Dergisi*, 160, 272-300.

Hatfield, M.M., Edwards, N.T., Bitter, G.G. (1997). *Mathematics methods for elementary and middle school teachers* (3th Ed.). Boston: Allyn&Bacon.

İsrael, E. (2003). *Problem Çözme Stratejileri, Başarı Düzeyi, Sosyo-Ekonomik Düzey ve Cinsiyet İlişkileri*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Larkin, J. H. (1980). Skilled problem solving in physics: A hierarchical planning model. *Journal of Structural Learning*, 1, 271-297.

Mintzberg, H. (1994). *The rise and fall of strategic planning*. Basic Books.

Özsoy, G. (2005). Problem çözme becerisi ile matematik başarıları arasındaki ilişki. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3, 179-190.

Polya, G. (1945). *How to Solve It*, Princeton NJ: Princeton U. Press.

Posamentier, A.S., Krulik, S. (1998). *Problem-Solving Strategies For Efficient And Elegant Solutions: A Resource For The Mathematics Teacher*, Thousand Oaks; Corwin Press.

Rudder, C.A. (2006). *Problem solving: case studies investigating the strategies used by secondary American and Singaporean students*. Ph.D. thesis, Florida State University.

Tanrıseven, I. (2000). *Matematik öğretiminde problem çözme stratejisi olarak dramatizasyon yönteminin kullanılması*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Tüysüz, C., Tatar, E. & Kuşdemir, M. (2010). Probleme dayalı öğrenmenin kimya dersinde öğrencilerin başarı ve tutumlarına etkisinin incelenmesi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 7(13), 48-55.

Verschaffel, L., De Corte, E. & Lasure, S. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195-229.

Willoughby, M. (1991). *Mathematics Education for a Changing World*. Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development.

Yıldırım, C. (2004). *Matematiksel Düşünme*. İstanbul: Remzi Kitap Evi.