

## KONİK KESİTLERİNİN ANALİTİK İNCELENMESİNDE FOTO-MAT ETKİNLİĞİNİN KULLANIMINA YÖNELİK BİR UYGULAMA: HİPERBOL ÖRNEĞİ

Doç. Dr. Aytaç Kurtuluş  
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi  
Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü  
[agunaydi@ogu.edu.tr](mailto:agunaydi@ogu.edu.tr)

### Özet

Bir koni ile bir düzlemin değişik açılarda kesiştirilmesiyle oluşan arakesit eğrileri konik kesitleri olarak tanımlanır. Bu eğriler hiperbol, elips ve parabol olarak elde edilir. Bir koninin tabanına dik bir düzlemlerle arakesiti alındığında bir hiperbol eğrisi elde edilir. Hiperbol, odak olarak tanımlanan sabit iki noktaya uzaklıkları farkı sabit olan noktaların geometrik yeri olup hiperbolün cebirsel denklemi(temsili) bellidir. Bu çalışmada ilk olarak, ilköğretim matematik öğretmen adaylarına koniklerin analitik olarak incelenmesi ile ilgili konu anlatımı yapılmıştır. İkinci olarak çevrelerinde bulunan hiperbol örneklerini gözlemlemeleri ve uygun olanlarının fotoğraflarını çekerek birer problem yazmaları istenmiştir. Katılımcıların hiperbol örneği olarak fotoğrafladıkları örnekler incelendiğinde bir kısmının hiperbolün simetrik bir eğri olduğu gerçeğini göz ardı ettikleri dikkat çekmiştir. Bu öğretmen adaylarının hiperbolün geometrik temsilini belirlemede eksiği olduğu söylenebilir. Öğretmen adayları tarafından kurulan problemler incelendiğinde ise bazı örneklerde görsel ile problemin uyuşmadığı, hiperbolün bazı temel kavramlarının sıklıkla kullanıldığı ama asimptotlarının çok fazla ele alınmadığı görülmüştür. Adayların çoğu rutin problemler oluşturdukları söylenebilir.

**Anahtar Sözcükler:** konik kesitleri, hiperbol, foto-mat etkinliği.

## AN APPLICATION FOR THE USE OF PHOTOMATH ACTIVITY IN ANALYTICAL EXAMINATION OF CONIC SECTION: HYPERBOLE EXAMPLE

### Abstract

The intersection curves formed by the intersection of a cone and a plane at different angles are defined as conic sections. These curves are obtained as hyperbola, ellipse and parabola. A hyperbolic curve is obtained when the intersection is taken with a plane perpendicular to the base of a cone. Hyperbola is the geometric location of points whose distances to fixed two points in the plane have a constant difference and the algebraic equation (representation) of hyperbola is definite. In this study, firstly, the analytical examination of conics were given to primary school mathematics teacher candidates. Secondly, they are asked to write a problem by observing the hyperbola samples in their surroundings and taking photographs of the appropriate ones. When the subjects photographed as hyperbolic examples of participants were examined, it was noticed that some of them ignored the fact that hyperbola was a symmetrical curve. It can be said that these teacher candidates are lacking in determining the geometrical representation of hyperbola. When examining the problems set up by prospective teachers, it is seen that in some cases the visual and the problem do not match, some basic concepts of hyperbola are frequently used but the asymptotics are not considered too much. It can be said that most of the candidates constitute routine problems.

**Keywords:** Conic sections, hyperbola, photo-math activity.

### GİRİŞ

Bir koni ile bir düzlemin değişik açılarda kesiştirilmesiyle oluşan arakesit eğrileri konik kesitleri olarak tanımlanır. Bu eğriler hiperbol, elips ve parabol olarak elde edilir. Bir koninin tabanına dik bir düzlemlerle arakesiti alındığında bir hiperbol eğrisi elde edilir. Elips ve parabol kadar sık karşılaşılmayan ve dolayısı ile onlar kadar tanınmayan

hiperbol eğrisi, odak olarak adlandırılan sabit bir nokta ve doğrultman olarak adlandırılan sabit bir doğruya uzaklıkları oranı sabit ve 1 den büyük olan noktaların geometrik yeridir. Hiperbol simetrik ve açık eğri çiftidir. Simetri eksenlerinden biri odaklardan geçer ve doğrultmana diktir. Diğeri ise hiperbolün iki bağımsız eğrilerini yansıtan eksendir. Eğriye sonsuzda teğet olan asimptotlar hiperbolün bir parçası olmamakla birlikte hiperbolün dört yönde sonsuza giden kollarının nasıl devam edeceğini gösteren grafik çiziminde gerekli olan hiperbole ait önemli bir kavramdır (Allwood, 2002). Hiperbolün bir başka tanımı ise odak olarak tanımlanan sabit iki noktaya uzaklıkları farkı sabit olan noktaların geometrik yeri olup hiperbolün cebirsel denklemi(temsili) bellidir. Analitik geometride hiperbol önemli bir eğri olup 3 boyutlu geometrik cisimlerin düzlem kesitlerinden elde edilen düzlemsel bir eğridir. Günlük hayatta elips ve parabol kadar sık karşılaşılan bir eğri değildir. Çember, elips ya da parabol gibi diğer konik kesitler kadar kolay belirlenemeyen bir eğridir. Hiperbol, parabol gibi sonsuz noktalardan oluşan bir eğri olduğu için günlük hayattaki örneklerinde sonlu hali ile karşımıza çıkmaktadır. Literatür incelendiğinde, konik kesitlerin cebir, geometri, matematik tarihi ve uygulamaları ile güçlü bir kavramsal öğrenme gerektiren konulardan biri olduğu için öğrencilerin koordinat geometrisinde konik kesitleri konusunda zorlandıkları görülmektedir (Duren, 1997; Fatade, Arigbabu ve Wessets 2011; Herman, 2012). Konik kesitlerden hiperbol eğrisinin etkin öğretimi için çeşitli araştırmalar yapılmıştır (Santos-Trigo, Espinosa-Pérez, & Reyes-Rodríguez, 2008; Laiman, 2007; Ljajko, Mihajlovic ve Pavlicic 2010). Bu çalışmalarda hiperbolün öğretiminde bilgisayar programı ile öğretim yapmışlar ve öğrencilerin program sayesinde hesaplamaları hızlı yaptıklarını, daha fazla sayıda çizim yapabildiklerini belirlemişlerdir. Fatade, Arigbabu ve Wessets (2011) konik kesitlerin öğretimi ve uygulamaları çalışmalarında, öğrenenlerin problem kurma yolu soyut olmayan gerçek hayat problemleri ile öğrenmeye karşı yüksek motivasyon sağlayacağını belirtmişlerdir (Fatade, Arigbabu ve Wessets, 2011). Tüm bu çalışmalardan anlaşıldığı gibi hiperbol öğretimi önemli ve öğretiminde problem kurma ve problem çözme çalışmalarına yeterince yer verilmelidir.

#### **Foto-mat Etkinliği Nedir?**

Arıkan, Argün, Çakmak, Taşar (2004)' e göre, fato-mat, kişinin çevresini gözlemleyerek matematiksel olarak anlamlı olan nesnelere belirleyerek fotograflandırmaları ve bu fotoğrafları kullanarak matematiksel bir problem oluşturarak çözme etkinliğidir. Diğer yandan Amerika'da Martha Jean Barrett adlı bir ortaokul matematik öğretmeni fato-mat uygulamasını bir proje olarak tasarlamıştır (Barret, 2001). Öğretmen gazete yapraklarındaki fotoğrafları kullanarak 7. Sınıf öğrencilerine belirli bir konu ile ilgili problem kurma ve çözme çalışması olarak uygulamıştır.

Barrett (2001), 7. Sınıf matematik dersinde yaptığı foto-mat proje çalışmasını matematiği sevmeyen ve sıkılan öğrencileri bile çok iyi motive eden eğlenceli bir uygulama olarak değerlendirmektedir. Uygulamada konunun öğretiminin ardından öğrenci grupları oluşturularak grupların fotoğrafları kullanarak problem yazmalarını ve çözmelerini isteniyor. Uygulamada yavaş öğrenen öğrenciler dahil tüm öğrencilerin görevleri sürecinde heyecanlı olup ders kitaplarında yer alan kelime problemlerinden ziyade daha gerçekçi matematik problemleri kurduklarını belirtmiştir. Arıkan, Argün, Çakmak, Taşar (2004) ise fato-mat etkinliklerinin, öğrencinin sonucu önceden belli olmayan bir durum üzerinde çalışmasını sağladığını, katılımcıların uygulamanın her aşamasında aktif rol oynayarak çevrelere matematiksel gözle bakmalarını sağladığını, bilgiyi belirli kaynaklardan ezberle öğrenme yerine bilgiyi kendilerinin oluşturmaları, var olan bilgileri ile ilişkilendirmelerini sağladığını belirtmişlerdir. O halde hiperbolün analitik incelenmesi konusunda problem kurma çalışmalarının güzel bir örneği olduğu düşünülen Foto-mat etkinliklerine yer verilebilir.

Bu çalışmada ise öğretmen adaylarının lise de gördüğü ve üniversitede öğretim programlarına dahil olan hiperbol konusunda hiperbolün analitik incelenmesi yapıldıktan sonra öğrencilerin değerlendirilmesi amaçlı fato-mat etkinliği uygulaması yapılmıştır. Araştırmanın amacı öğretmen adaylarının hiperbolün analitik incelemesinde varsa öğrenme eksiklikleri belirlemektir. Bu çalışmada fato-mat etkinliği öğretmen adaylarına bir değerlendirme aracı olarak kullanılmıştır.

#### **YÖNTEM**

Bu çalışma hiperbolün analitik incelenmesinde Foto-mat etkinlikleri uygulamasının sonuçlarının derinlemesine incelendiği bir nitel durum çalışmasıdır. Bu nitel araştırma sonuçları belirli bir durumu betimleyecek olup genelleme yapılmayacaktır (Büyüköztürk, 2013).

### Çalışma Grubu

Çalışma grubu belirlenirken amaçsal örnekleme kullanılmıştır. Çalışmanın amacına bağlı olarak bulgular açısından zengin bilgi düzeyi bakımından farklı düzeylerde katılımcılar seçilerek derinlemesine araştırma yapılması amaçlanmıştır. Bu amaçla Eskişehirde bir devlet üniversitesinde öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde 3. Sınıfta öğrenim gören Analitik geometri I dersini alan 51 öğretmen adayı ile çalışılmıştır.

### Veri Toplama Aracı ve Analizi

Bu çalışmada foto-mat etkinliği öğretmen adaylarına bir veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının oluşturdukları Foto-mat etkinlikleri toplanarak verilere içerik analizi yapılmıştır.

### Uygulama süreci

Çalışmanın uygulama süreci Şekil 1 de belirtildiği gibi dört aşamadan oluşmaktadır.

1. İlk aşamada öğretmen adaylarına Analitik Geometri ders içeriğine bağlı olarak hiperbolün analitik incelenmesi konusu ders kitabındaki örneklerle birlikte verilmiştir.
2. İkinci olarak konu sonunda öğretmen adaylarının hiperbolün analitik incelemesinde varsa öğrenme eksiklikleri belirlemek amaçlı foto-mat etkinliği uygulaması yapılmıştır.
3. Üçüncü olarak katılımcıların foto-mat etkinliğinde oluşturdukları problemler ve çözümleri incelenerek içerik analizi yapılmıştır.
4. Son olarak analiz sonucunda katılımcıların konu ile ilgili öğrenme eksiklikleri belirlenerek kendileri ile paylaşılmıştır.



Şekil 1: Uygulama süreci

### BULGULAR

Uygulama sürecindeki gözlemler ve süreç sonunda elde edilen foto-mat çalışma yaprakları analizinden elde edilen bulgular, oluşturulan problemlerin içeriği ve kullanılan Foto-mat görselinin içeriği başlıklarında verilmiştir.

**Oluşturulan problemlerin içeriği**

Öğretmen adaylarının oluşturdukları fato-mat problemlerinden içerik analizi sonucunda elde edilen problem içerikleri tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1: Fato-mat problemlerinin içerikleri

Problem İçeriği	Katılımcılar	Frekans
Odaklar arası uzaklık, asal ve yedek eksen ilişkisi	4,8, 7, 12, 18, 22,23, 26, 27, 28, 31, 32, 33, 35, 37, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 47, 48	24
Asimtotdan yararlanarak hiperbol denklemini	3, 29, 36, 51	4
Denklemden merkez, odak, köşe noktalarının bulunması	1, 13	2
Denklemden asimtotların bulunması	6, 7, 13, 19, 21, 32, 33, 38, 42, 49	10
Hiperbol ile doğrunun ilişkisi (kesim noktalarının bulunması)	2, 49	2
Hiperbol ve farklı bir konik kesit eğrisinin kesim noktası	16, 35	2
Odak ve bir noktası verilen hiperbolün denklemini bulma	5,6, 12, 15, 19, 20, 21, 44, 45, 51, 17	11
Hiperbolün parametresini bulma	7, 19, 23, 30, 34, 38, 50	7
Dış merkezliği bulma	11, 25	2
Asimtotları bularak grafik çizimi	5, 12, 13, 15, 21, 23, 42, 44	8
İki hiperbol kullanma	22	1
Merkezil hiperbol ile işlem yapma	1, 14, 34 hariç hepsi	48
Merkezil olmayan hiperbol kullanma	1, 14, 34	3

**Kullanılan Fato-mat Görselinin İçeriği**

Öğretmen adaylarının oluşturdukları fato-mat etkinliklerinde kullandıkları görsellerin içerik analizi sonucunda elde edilen içerikler tablo 2 de verilmiştir.

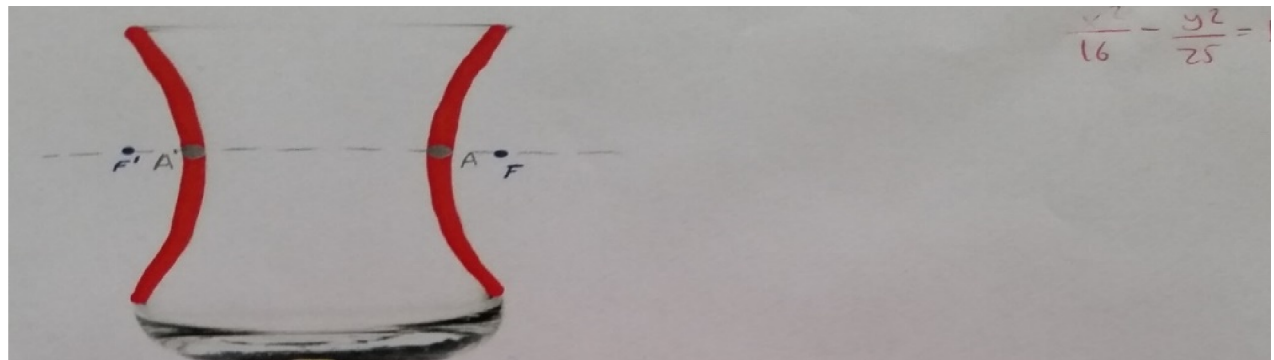
Tablo 2: Fato-mat görsellerinin içerikleri

Fato-mat Görselin İçeriği	Katılımcılar	Frekans
Simetrisinin ele alınması	2(Y), 3(D), 4(D), 18 (D), 22(D), 24(Y), 28(D), 35(D), 49(D)	9
Sonsuz eğrinin sonlu durumda sınırların göz önüne alınması(amblem oluşturma)	22	1
Görselin 3-boyuttan seçilmesi	11, 12, 14, 15, 32, 38, 41, 51	8
3B cismin kâğıt üzerindeki sınır eğrisi	1,3,7, 16, 19,23, 27, 30, 31, 42, 47, 50	12

Görselin iki boyutlu eğri seçilmesi	28, 29, 35, 37, 43	5
Hiperbolü modelleyen örnek oluşturma	4, 18, 29, 44, 49	5
Görselde hiperbol yok	5, 6, 8, 17, 20, 34, 39, 40, 46	9
Görsel hiperbolü anımsatıyor	3, 24, 25, 26, 33, 36, 37, 45, 48	9

### Oluşturulan Foto-mat Problemlerinden Katılımcı Örnekleri

Bu bölümde öğretmen adaylarının oluşturdukları foto-mat etkinliklerinden örneklere doğrudan alıntılar ile yer verildi. 21 kodlu katılımcının örneği şekil 2'de verildi



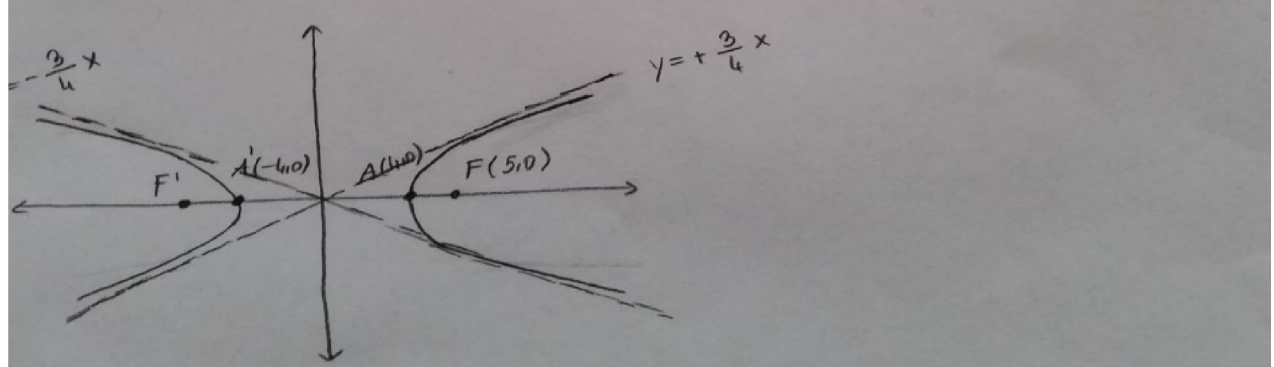
Yukarıdaki çay bardağının kırmızı renkle gösterilmiş kısımları dikkate alındığında bir hiperbol olduğu görülüyor. Burada; A ve A'(-4,0) noktaları hiperbolün köşeleri,  
F ve F'(-5,0) noktaları hiperbolün odaklarıdır.

Verilenlere göre hiperbol denklemini ve asimptotlarını bulup grafiğini çiziniz.

Hiperbol denkleminin:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$   $a=4$   $c=5$   $a^2+b^2=c^2$   
 $b^2=9$   $b=3$

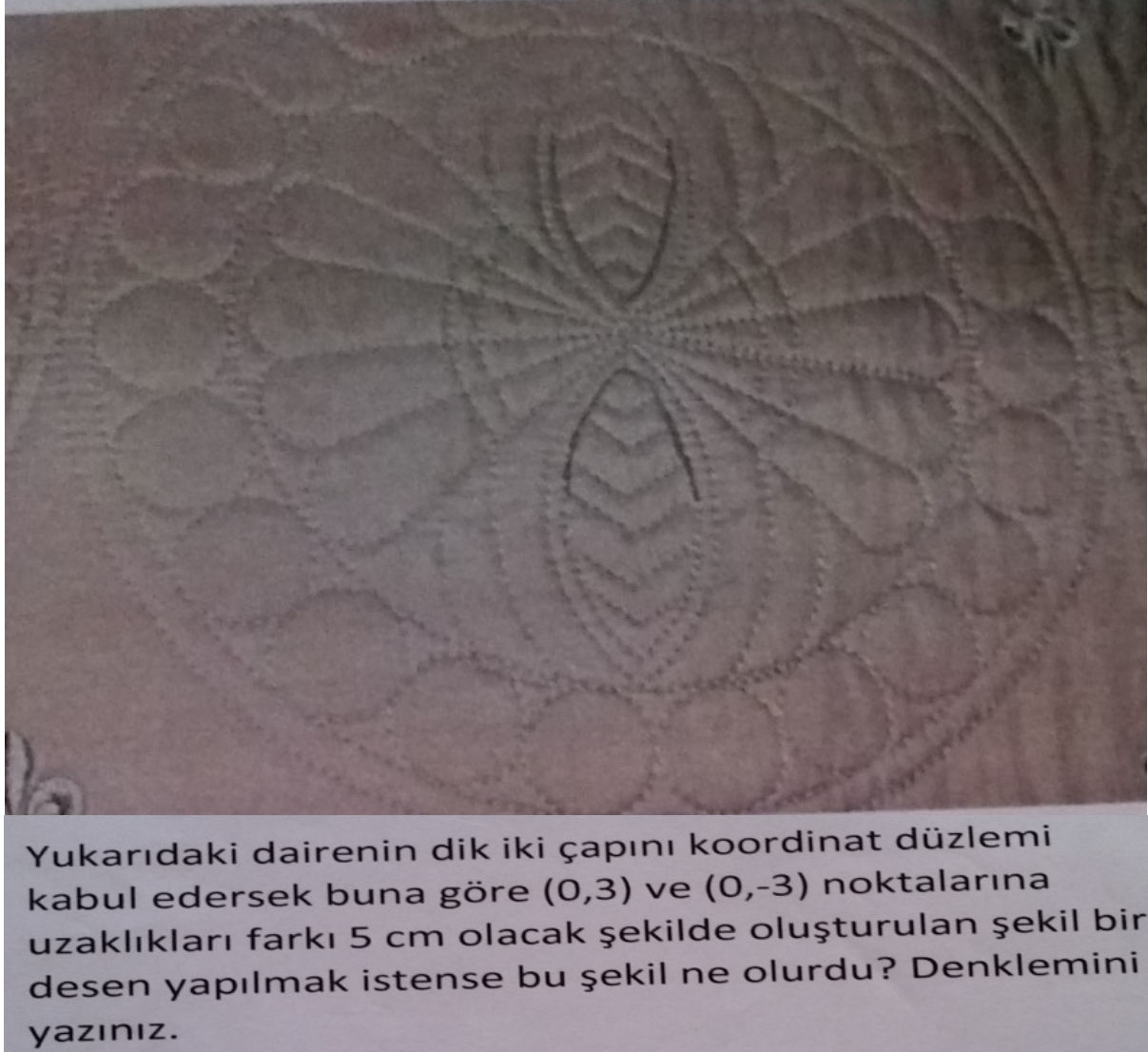
$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

Asimptotları:  $y = \pm \frac{b}{a} x$   $y = \pm \frac{3}{4} x$



Şekil 2: Örnek foto-mat

Öğretmen adayının çözümü doğru fakat çizdiği grafikte doğru olmasına rağmen çizdiği grafik ile seçtiği hiperbol örneği görselinin kolları örtüşmemektedir. Bunun nedeni odak koordinatlarının asal köşe noktasına çok yakın seçilmesidir. Öğretmen adayının grafik çiziminde asimtot kullandığı ama kolların açıklığının birbirinden farklı olduğunu önemsemediğini söyleyebiliriz. 20 kodlu katılımcının problem örneği Şekil 3 de verilmiştir.



Şekil 3: Foto-mat örneği

20 kodlu katılımcı, hiperbolün geometrik yer olarak tanımını kullanarak var olan bir desene yeni bir geometrik şekil olarak açık uçlu rutin olmayan bir problem oluşturmuştur. Öğrencinin şekildeki dairesel şeklin yarıçapını ne alacağına bağlı olarak elde edilecek hiperbol ile çemberin birbirine göre durumu değişik pozisyonlarda olabilir. Bu problem hiperbol denkleminin bulunmasını gerektiren görselinde hiperbol bulunmayan rutin olmayan bir problem örneğidir.

19 kodlu katılımcının fotomet örneği Şekil 4 de verilmiştir.



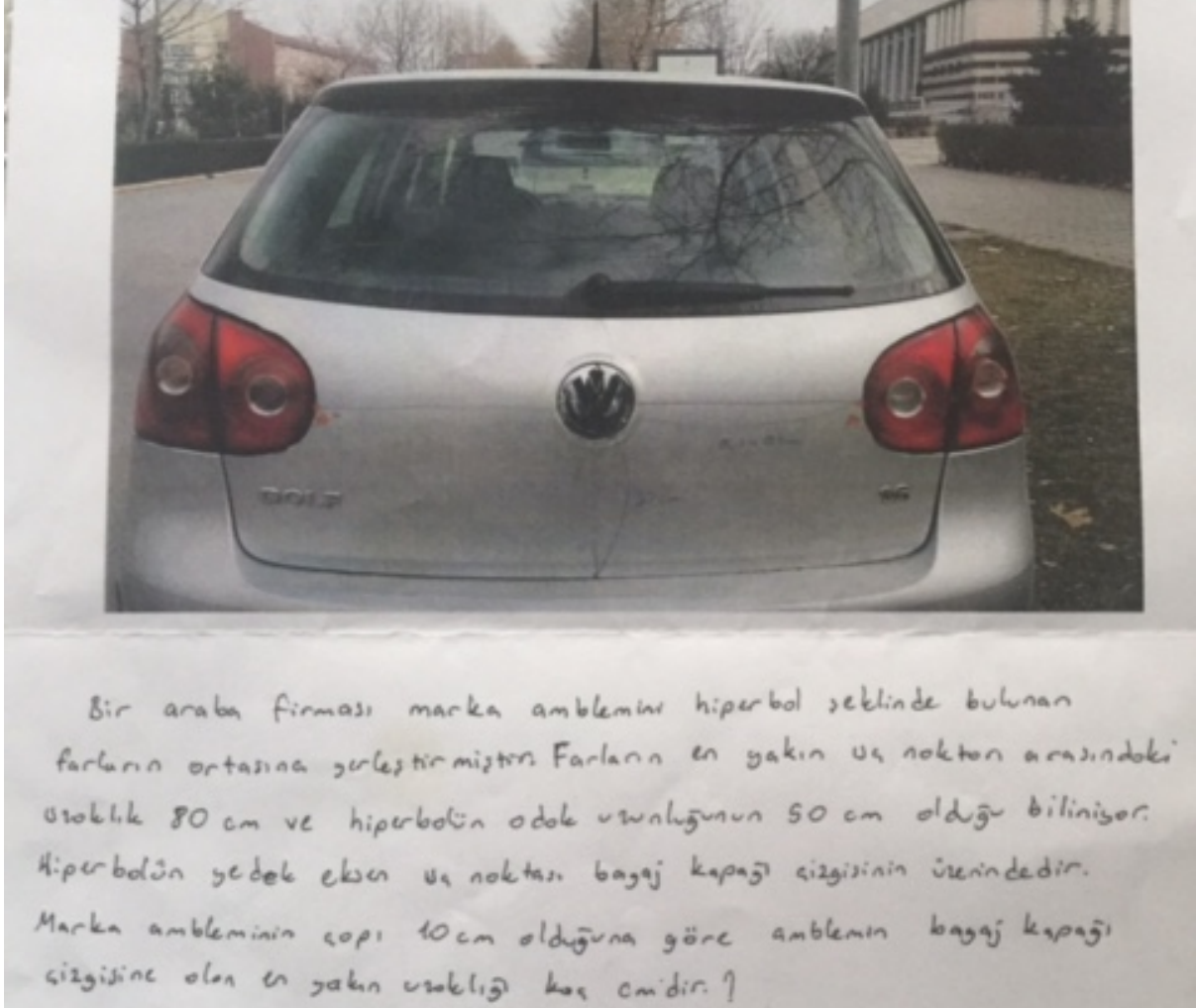
Yukarıdaki verilen resimde hiperbolün x eksenini kestiği noktalar  $(2,0)$ ,  $(-2,0)$  ve odak noktaları  $(3,0)$ ,  $(-3,0)$  olmak üzere;

1. Buna göre hiperbolün denklemini bulunuz.
2. Hiperbolün asimptotlarını bulunuz.
3. Hiperbolün parametresini bulunuz.

Şekil 4: 19 kodlu katılımcı örneği

Öğretmen adayının görselinde hiperbol bulunmaktadır. Problemde, asal köşeler ve odaktan yararlanarak hiperbol denklemini, asimptotlarını ve parametresini bulunması istenmektedir. Problem görselle uyumlu olup çizilen hiperbol denklemi ile hiperbolün kollarının açıklığı görselle örtüşmekte olup katılımcının oluşturduğu problemin görselle bütünleşen bir rutin problem olduğu söylenebilir.

24 kodlu katılımcı örneği Şekil 5'de verilmiştir.



Şekil 5: Katılımcı örneği

24 kodlu katılımcının problem için kullandığı fotoğrafta bir hiperbol eğrisi bulunmamaktadır. Ayrıca oluşturduğu problemde hiperbolde odaklar arası uzaklığın asal köşeler arasındaki uzaklıktan büyük olması gerektiğini bilmediği için hata vardır. Problem çözümünü yapmadığı için hatasını görememiştir. Öğrencinin hem hiperbolün geometrik temsili ile ilgili hem de asal eksen uzunluğu odaklar arası uzaklık ilişkisi ile ilgili eksiklikleri olduğu söylenebilir.

1 kodlu katılımcı oluşturduğu problem Şekil 6 da verilmiştir. Katılımcı oluşturduğu problemde merkezli olmayan bir hiperbol olarak seçim yapmış ve bu hiperbolün merkezini, asal ve yedek köşelerinin bulunmasını istemiştir. Çözümünde ise istenen noktaların koordinatlarını doğru olarak belirlemiştir.





$(x+4)^2 / 25 - (y-8)^2 / 49 = 1$  olan hiperbolün merkezini, asal ve yedek eksen köşegenlerini bulunuz.

Hiperbolün merkezi  $h = -4$  ve  $k = 8$  olduğundan  $M(-4, 8)$ 'dir.

$$a^2 = 25 = a = 5 \text{ birim ve}$$

$$b^2 = 49 = b = 7 \text{ birimdir.}$$

Bundan asal eksen köşegenleri,

$$A(h+a, k) = A(1, 8)$$

$$A'(h-a, k) = A'(-9, 8) \text{ ve}$$

yedek eksen köşegenleri

$$B(h, k+b) = B(-4, 15)$$


$$B'(h, k-b) = B'(-4, 1) \text{ olarak bulunur.}$$

Şekil 6: 1 kodlu katılımcı örneği

1 kodlu katılımcının problemde verdiği hiperbolün denklemini kullanarak çizilen grafiğin kollarının açıklığı ile görseldeki hiperbolün kollarının açıklığı aynı değildir. Verilen hiperbolde yedek eksen uzunluğu daha büyük bir

değer verilerek çizildiğinde hiperbolün kollarının birbirine daha uzaklaştığı dolayısı ile gerçeğe daha yakın bir grafik elde edildiği görülmektedir. Öğretmen adayı asal ve yedek köşeler arasındaki uzaklığı uyumlu seçmemiştir. Oysa asimtotları bularak çizimini kontrol etseydi asimtot doğrusunun eğimini değiştirmesi gerektiğinin farkına varabilirdi.

3 kodlu katılımcı örneği Şekil 7 de verilmiştir.



**Soru:**

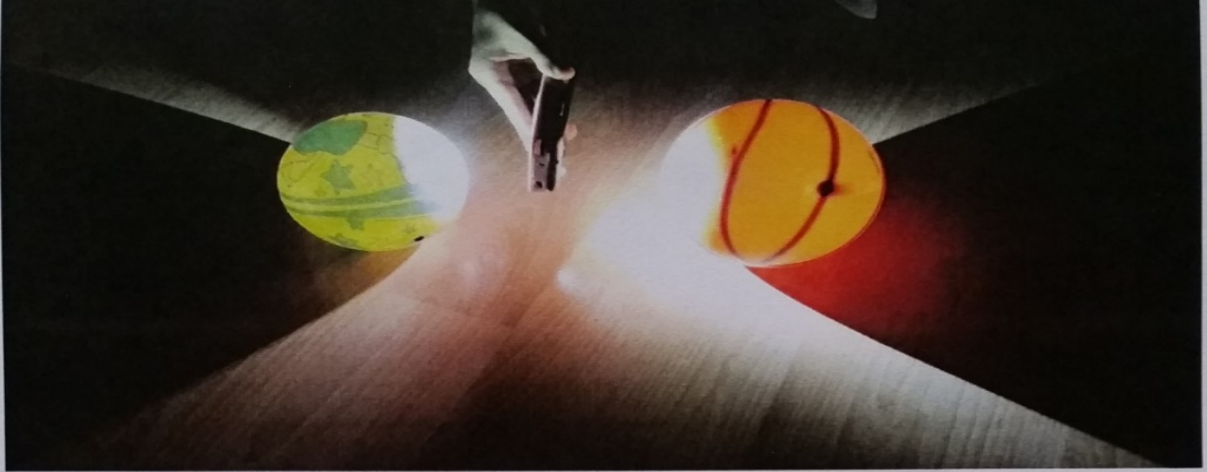
Matematiğin tabiattaki eşsiz yerini bir kez daha kanıtlayan yukarıdaki manzara fotoğrafımızda biraz dikkatli baktığımızda gölün ufuk çizgisini x eksenini kabul edersek iki dağın sudaki yansımasıyla birlikte bir hiperbol oluşturduğunu rahatlıkla göreceksiniz. Bu dağların oluşturduğu hiperbolün asimtot denklemini  $x = \pm \frac{3}{4}$  ve asal eksen uzunluğu 24m olsun. Buna göre bu hiperbolümüzün denklemini bulunuz.

**Çözüm:**

$\frac{b}{a} = \frac{3}{4}$   $a = 12$ 'dir  $\frac{b}{12} = \frac{3}{4}$  ise  $b = 9$ 'dur. Buna göre denkleminiz  $\frac{y^2}{144} + \frac{x^2}{81} = 1$ 'dir.

Şekil 7: Katılımcı örneği

Doğadan bir örneği fotoğraflandırsa resimdeki hiperbolün asimtotlarını ve asal eksen uzunluğunu vererek hiperbolün denkleminin bulunmasının istendiği rutin bir problemdir. Çözümünü yapan adayımız asimtot denklemini doğru kullanarak hiperbolün asal ve yedek eksen uzunluklarını ve asal eksenin görsele bakarak y-ekseni üzerinde olduğunu doğru belirlediği halde hiperbol denklemini yerine elips denklemini yazarak hatalı sonuca ulaşmıştır. Hiperbolün geometrik temsilini bildiği halde cebirsel temsili belirlemede eksikliği vardır. 18 kodlu katılımcının örneği Şekil 8 de verilmiştir.



Soru)Karanlık bir odada yerde duran iki topa belirli açıdan ışık tutulduğunda,topların gölgesi hiperbole dönüşmektedir.Ölçümler yapıldığında asal eksen uzunluğu 20 cm,odaklar arası uzaklık ise 32 cm bulunmuştur.Buna göre,hiperbolün yedek eksen uzunluğu kaç cm dir?

Çözüm:  $2a=20$  ,  $a=10$

$$2b=32, b=16$$

$$c^2=a^2+b^2 \text{ ise}$$

$$16^2=10^2+b^2 \text{ olup}$$

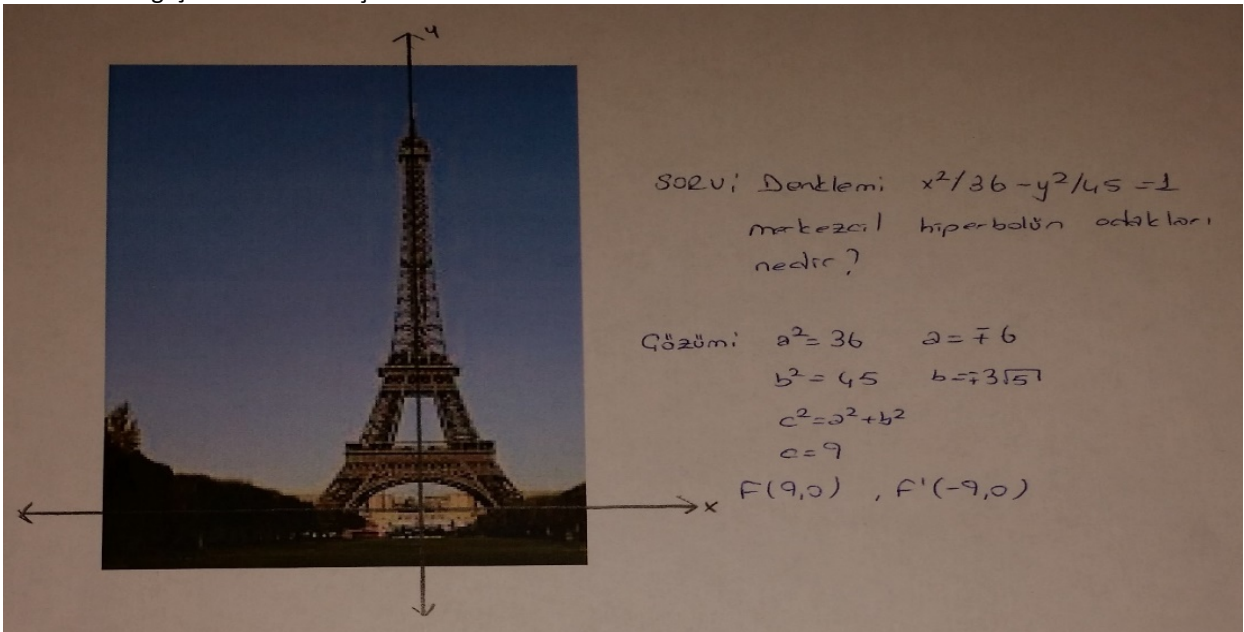
$$b^2=156$$

$$b=12,48 \approx 12,5$$

Yedek eksen uzunluğu= $2b=2.(12,5)=25$  cm bulunur.

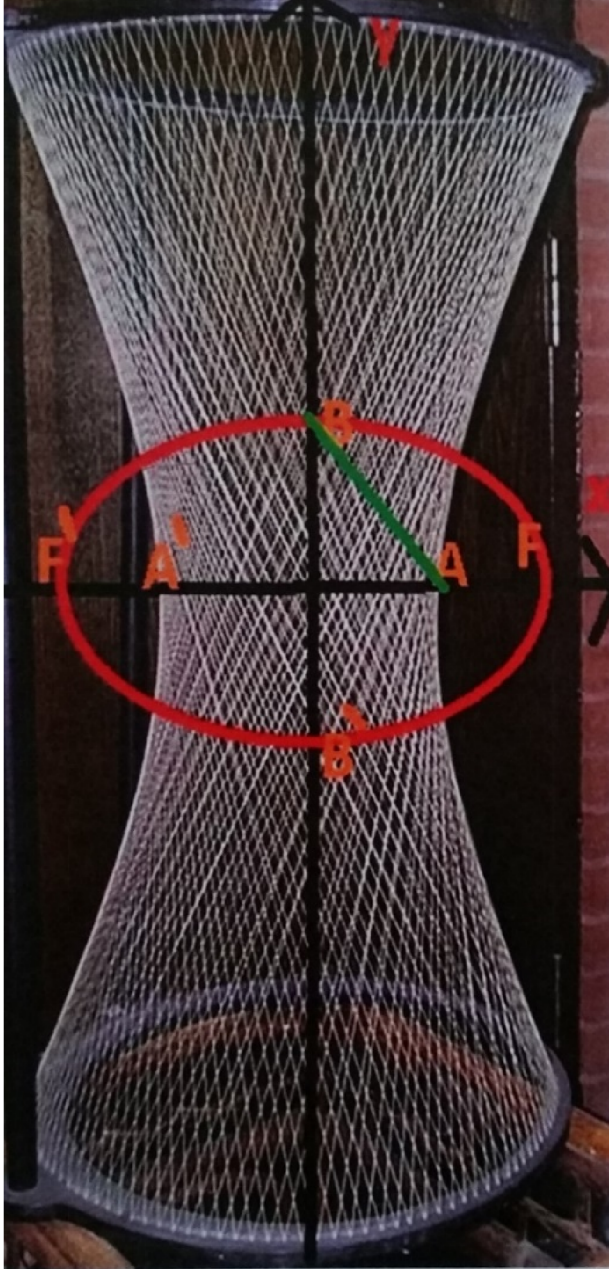
Şekil 8: 18 kodlu katılımcı örneği

18 kodlu katılımcı hiperbol modelini kendi oluşturarak fotograflandırmıştır. Probleminde ise asal eksen ve odaklar arasındaki uzaklığı vererek yedek eksen uzunluğunun bulunmasını istemiştir. Hem görsel hem de problem doğru ve eksiksizdir. Oluşturduğu hiperbol görselinde simetrisinin olduğu dikkat çekmektedir. 17 kodlu katılımcı örneği Şekil 9 da verilmiştir.



Şekil 9: Katılımcı örneği

17 kodlu katılımcı örneğinde hiperbol ile ilgili bir problem doğru kurulmuş ve çözülmüş fakat görseli hiperbol olmayan bir fotoğraf seçilmiş. Öğretmen adayının hiperbol eğrisinin geometrik temsilini bilmediği söylenebilir. 16 kodlu katılımcı örneği Şekil 10 da verilmiştir.



Yandaki şekilde  $f$  ve  $f'$  noktaları  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$  hiperbolünün odakları,  $A$  ve  $A'$  noktaları ise elipsin odaklarıdır.  $|AB| = 2\sqrt{3}$  br olduğuna göre, hiperbol ve elipsin kesim noktalarının oluşturduğu dikdörtgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

Çözüm:  
Hiperbolün  $A$  köşe koordinatları  $(2,0)$  dir.  
Bu durumda elips için  $c=2$  olur.  
Ayrıca elipte  $|AB|=a$  olduğundan  $a=2\sqrt{3}$  br olur. Böylece elips için  $b = (2\sqrt{3})^2 - 2^2 = \sqrt{8}$  olur.  
Elipsin denklemi  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$  bulunur.  
Hiperbolün için  $c=2\sqrt{3}$  olduğundan  $(2\sqrt{3})^2 = 2^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = 8$  bulunur.  
Hiperbolün denklemi  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$  bulunur.  
Bu denklemleri ortak çözersek kesim noktalarının apsisi  $x = \pm\sqrt{6}$  ve ordinatları  $y = \pm 2$  bulunur. Bu noktaların oluşturduğu dikdörtgenin eni  $2\sqrt{6}$  br ve boyu  $4$  br olduğundan Alan  $= 2\sqrt{6} \cdot 4 = 8\sqrt{6} br^2$  bulunur.

Şekil 10: Katılımcı örneği

16 kodlu katılımcı probleminde 3 boyutlu cismin görseldeki hiperbol şeklindeki sınır eğrisi ve çizimle görsele eklediği elipsi dikkate alarak bir problem kurmuştur. Probleminde iki farklı eğri kullanması yönü ile diğer problem örneklerinden farklı olduğu söylenebilir.

## SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Foto-mat etkinliklerinin öğretmen adaylarını değerlendirme aracı olarak kullanıldığı, katılımcıların hiperbolün analitik incelemesinde varsa öğrenme eksiklikleri belirlemek amacıyla yapılan çalışmaların bulgularından elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir;

1. Öğretmen adayları hiperbolün geometrik temsili belirlemede eksiklikleri olduğu söylenebilir.
2. Hiperbol eğrisinin grafiğini çizerken asimtot bulmayanlar hiperbolün kollarının açıklığını doğru belirleyememişlerdir.
3. Öğretmen adaylarının hiperbolün cebirsel temsilini belirleme ve hiperbolün temel elemanlarını bulmada yeterli olduğu söylenebilir.
4. Fato-mat uygulaması ile ders kitaplarında rastlanan rutin problemlerde tespit edemediğimiz öğrencilerin konu ile ilgili eksikliklerini kendi oluşturdukları problemlerde daha kolay belirlenebildi.
5. öğrenci eksiklikleri ve hatalarının tespit edilmesinde Fato-mat ve giderilmesinde dinamik bilgisayar yazılımlarından yararlanılabilir.

**Not:** Bu çalışma 27- 29 Ekim 2016 tarihlerinde Antalya'da 7 Ülkenin katılımıyla düzenlenen World Conference on Educational and Instructional Studies- WCEIS'de bildiri olarak sunulmuştur.

## KAYNAKÇA

Allwood, T. M. (2002). Demonstrating the focus/directrix definition of the conic sections: an application of the Geometer's Sketchpad or Cabri geometry. *Mathematics Teacher*, 95(5), 380-382.

Arıkan, A., Argün, Z., Çakmak, M., Taşar, M. F. (2004). Foto-Mat Projesi ve Matematik Öğretmen Adaylarının Bu Proje Hakkındaki Görüşleri. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi* 27, 30-39

Barret, M. J. (2001). KODAK, Education Photo-Math, <http://www.kodak.com/global/en/consumer/education/lessonPlans/lessonPlan075.shtm>

Büyüköztürk, Ş. (2016). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Pegem Akademi yayıncılık.

Duren, P. E. (1997). Bridging the gap between algebra and geometry—using graphing utilities to teach conic sections. *Learning & Leading With Technology*, 2434-38.

Fatade, A.O., Arigbabu, A. A. & Wessels, D. C. J. (2011). Teaching Conic Sections and Their Applications. *Journal of Modern Mathematics and Statistics*, 5, 60-65.

Herman, M. H. (2012). Exploring Conics Why Does B2 - 4AC Matter?. *Mathematics Teacher*, 105(7), 526-532.

Leapard, B. B., & Caniglia, J. C. (2005). Conic Sections: Draw It, Write It, Do It. *Mathematics Teacher*, 99(3), 152-155.

Ljajko, E., Mihajlovic, M. & Pavlicic, Z. (2010). The hyperbola and Geogebra in high-school instruction *Teaching Mathematics and Computer Science*, 1-9.

Santos-Trigo, M., Espinosa-Pérez, H., & Reyes-Rodríguez, A. (2008). Connecting dynamic representations of simple mathematical objects with the construction and exploration of conic sections. *International Journal Of Mathematical Education In Science & Technology*, 39(5), 657-669. doi:10.1080/00207390701871465

Laiman, W. (2007). The Effect of Using the Conic Graphing Application On Teaching and Learning. *Mathematical and Computing Sciences Masters*, 55.