Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi
Journal of Research in Education and Teaching
Haziran 2016 Cilt:5 Özel Sayı Makale No: 21 ISSN: 2146-9199

SINIF ÖĞRETMENİ ADAYLARININ BİLİNMEYEN DEĞERİ BULMA PROBLEMLERİNİ ÇÖZERKEN KULLANDIKLARI STRATEJİLERİN İNCELENMESİ

Öğr. Gör. Mutlu Pişkin Tunç
Bülent Ecevit Üniversitesi
Ereğli Eğitim Fakültesi, Zonguldak
mutlupiskin@gmail.com

Özet

Bu araştırmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının oran ve orantı problemlerinin bir çeşidi olan bilinmeyen değeri bulma problemlerini çözerken kullandıkları çözüm stratejilerini incelemektir. Çalışmanın verileri, 2015-2016 bahar döneminde öğretmen adaylarından toplanmıştır. Öğretmen adayları, Türkiye'de bir devlet üniversitesinde sınıf öğretmeni yetiştirme programına devam eden 34 üçüncü sınıf öğrencisidir. Adaylardan, verilen dört bilinmeyen değer problemini çözmeleri istenmiştir. Araştırmada, öğretmen adaylarının bilinmeyen değeri bulma problemlerini iki farklı stratejiyle çözmekte zorlandıkları görülmüştür. Bunun yanında, öğretmen adaylarının çoğunlukla verilen problemleri çözerken çarpımsal ilişkilerin kullanıldığı informal stratejileri (birim oran, değişim çarpanı gibi) değil, cebirsel kuralların kullanıldığı formal stratejileri (içler dışlar çarpımı gibi) kullandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının en sık kullandıkları stratejinin ise formal bir strateji olan "içler dışlar çarpımı" stratejisi olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının kullandıkları çözüm stratejilerinin, problemin içeriğine bağlı olarak değişebildiği tespit edilmiştir.

Anahtar Sözcükler: Sınıf öğretmeni adayı, oran ve orantı, orantısal problemler, çözüm stratejileri.

INVESTIGATION OF PRE-SERVICE ELEMENTARY TEACHERS' STRATEGIES IN SOLVING MISSING VALUE PROBLEMS

Abstract

The purpose of the study was to investigate pre-service elementary teachers' solution strategies in solving missing value problems, which is a type of proportion problems. Data were collected from the pre-service teachers in the spring semester of 2015-2016. Pre-service teachers were junior students enrolled in elementary teaching program at a public university in Turkey. Pre-service teachers were wanted to solve four missing value problems. The results of the study revealed that pre-service teachers had difficulty in solving the problems by using two different strategies. Moreover, pre-service teachers mostly used formal strategies (e.g., cross-multiplication) in which rules and properties of algebra were used, instead of informal strategies (e.g., unit rate, factor of change) highlighting multiplicative relationships. Pre-service teachers used *cross-multiplication*, which was a formal strategy, as a leading strategy to solve these problems. Furthermore, it was found that pre-service teachers' solution strategies might change based on problem context.

Keywords: Pre-service elementary teacher, ratio and proportion, proportional problems, solution strategies.

GİRİŞ

Oran ve orantı kavramlarını derinlemesine anlamak için matematiksel akıl yürütme becerilerinden biri olan orantısal akıl yürütme becerisine sahip olmak gerekmektedir (Lesh, Post ve Behr, 1988). Cramer, Post ve Currier (1993) orantısal akıl yürütme becerisini, orantı yoluyla matematiksel olarak şekillendirilen bir durumu tanıyabilme, orantılı olmayan bir durumdan ayırt edebilme, bu durumu sembolik olarak ifade edebilme ve orantı problemlerini çözebilme becerisi olarak tanımlamaktadır. Orantısal akıl yürütme matematiksel akıl yürütmenin bir türüdür ve günlük hayattaki pek çok durum orantısal kurallara göre işler ve çalışır (Cramer ve Post, 1993). Benzer şekilde, Baykul (2002)' a göre günlük hayatta sıkça karşılaşılan faiz, yüzde, indirim, komisyon hesaplamalarında ve yol problemlerinin çözümünde orantısal akıl yürütme becerisinden sıkça yararlanılır.

Literatür incelendiğinde, orantısal düşünme yeteneğini değerlendirmek için üç farklı problem tipinin tanımlandığı görülmüştür (Cramer ve diğ., 1993; Heller, Post, Behr ve Lesh, 1990; Post, Behr ve Lesh 1988). Bu problem tipleri; bilinmeyen değeri bulma, sayısal karşılaştırma ve niteliksel düşünme problemleridir. Bu çalışmada bilinmeyen değeri bulma soru tipinde kullanılan çözüm stratejileri araştırılmıştır. Bu soru tipinde amaç, a/b = c/d gibi bir orantıda üç çokluk verilmişken dördüncü çokluğun bulunmasıdır (Lamon, 2007). Tipik bir bilinmeyen değeri bulma problemi şöyledir; "300 km yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km'lik yolu kaç saatte alır?" (Kayhan, Duatepe ve Akkuş-Çıkla, 2004). Bu problemde, orantıdaki üç çokluk verilmiştir ve bilinmeyen çokluk sorulmaktadır. Verilenler; gidilen yol (300 km) ve seyahat süresi (4 saat) ile bilinmeyen bir sürede gidilen yoldur (750 km), istenen ise bilinmeyen süredir.

Araştırmalar bilinmeyen değeri bulma sorularında kullanılan pek çok çözüm stratejisinin olduğunu göstermiştir (Baroody ve Coslick, 1998; Ben-Chaim, Keret ve Ilany, 2012; Cramer ve Post, 1993; Cramer ve diğ., 1993; Kaput ve West, 1994; Lamon, 2007, 2012). Bazı araştırmacılar (Baroody ve Coslick, 1998; Kaput ve West, 1994) bu stratejileri formal ve informal stratejiler olarak ikiye ayırmıştır. Bu araştırmacılara göre, formal stratejiler cebir kurallarının kullanıldığı cebirsel stratejiler (içler-dışlar çarpımı gibi) iken informal stratejiler (birim oran, değişim çarpanı gibi) çoğunlukla orantısal ilişkilerin kullanıldığı stratejilerdir. Cramer ve Post (1993), öğrencilerin orantı problemlerini çözmede informal stratejileri kullanmaya yönlendirilmesini önermişlerdir; hatta formal stratejilerin, öğrencilerin informal stratejileri tam olarak kullanıp içselleştirdiğine emin olununcaya kadar öğretilmemesi gerektiğine vurgu yapmışlardır. Fakat, pek çok çalışmada, öğrencilerin ve hatta öğretmenlerin orantı problemlerini çözerken ezbere işlemlerden ibaret olan içler-dışlar çarpımı stratejisini kullandıkları görülmüştür (Ben-Chaim ve diğ., 2012; Cramer ve Post, 1993). Hiç şüphesiz ki en çok kullanılan formal strateji içler-dışlar çarpımı stratejisidir. Bu stratejide, içler-dışlar çarpımı algoritmasıyla orantı kurulur ve eşitlik çözülür (Van de Walle, 2010). En çok kullanılan informal stratejiler ise değişim çarpanı, birim oran, arttırma ve kesir stratejisidir (Cramer ve Post, 1993). Bazı stratejiler orantı problemlerinde yanlış cevap bulunmasına sebep olabilir. En çok kullanılan yanlış çözüm stratejisi ise çarpımsal ilişkiler yerine toplamsal ilişkilerin kullanıldığı toplamsal ilişki stratejisidir (Ben-Chaim ve diğ., 2012; Karplus, Pulos ve Stage, 1983).

Orantısal akıl yürütme becerisiyle ilgili yürütülen pek çok çalışmada, öğrencilerin ve hatta öğretmenlerin oran, orantı kavramlarını anlamlandırmada ve özellikle bu kavramların yer aldığı problemleri çözmede zorluk çektiği görülmüştür (Heller, Ahlegren, Post, Behr ve Lesh, 1989; Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto ve Miller, 1998; Singh, 2000). Orantı problemlerinde doğru sonuca ulaşmak orantısal düşünme yeteneğine sahip olunduğunu göstermez, çünkü orantısal ilişkiler fark edilmeden ezbere algoritmik işlemler yapılarak da (içler-dışlar çarpımı gibi) doğru sonuca ulaşılabilir (Lamon, 2007). Bu bağlamda, bu çalışmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının bilinmeyen değeri bulma problemlerini çözerken kullandıkları çözüm stratejilerini incelemektir.

YÖNTEM

Bu çalışma 2015-2016 bahar döneminde 34 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Öğretmen adayları sınıf öğretmenliği programına devam eden üçüncü sınıf öğrencileridir. Bu öğrencilerden dokuzu erkek, 25'i kadındır. Veri toplama aracı, araştırmacı tarafından ilgili literatürde bulunan orantı problemleri derlenerek geliştirilmiştir (Allain, 2000; Ben-Chaim ve diğ., 1998; Hillen, 2005; Kayhan ve diğ., 2004). Araştırmada kullanılan veri toplama aracının içerdiği problemler aşağıda verilmiştir.

Problem 1: 14 kişilik kek yapmak için 8 yumurta kullanan Nehir, 12 yumurta ile kaç kişilik kek yapabilir?
Problem 2: 300 km yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km'lik yolu kaç saatte alır?
Problem 3: Markette 8 tane gofretin 24 TL olduğunu gören Gül'ün, 20 tane gofret alabilmesi için ne kadar para ödemesi gerekir?

Problem 4: Tuna ve Mert, mezuniyet yıllığı için arkadaşlarının fotoğraflarını bozmadan büyütmek istiyorlar. Büyütmek istedikleri fotoğraflardan birinin eni 2 cm, boyu ise 3 cm'dir, buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Bu fotoğraf büyütüldükten sonra eni 4 cm oluyorsa boyu kaç cm olmuştur?

b) Bu fotoğraf büyütüldükten sonra boyu 9 cm oluyorsa eni kaç cm olmuştur?

Öğretmen adaylarından, verilen ilk üç bilinmeyen değer problemini iki farklı strateji kullanarak çözmeleri istenmiştir. Dördüncü problemin her bir şıkkındaki soruları ise bir strateji kullanarak çözmeleri beklenmiştir. Bu çalışmada, sınıf öğretmeni adaylarının kullandıkları çözüm stratejileri ile ilgili olarak var olan durum tespit edilmeye çalışıldığı için, çalışma tarama modelinde olup betimsel bir nitelik taşımaktadır. Verilerin analizinde, öğretmen adaylarının yukarıda verilen dört farklı bilinmeyen değer problemini çözerken kullandıkları stratejileri tespit etmek için doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının çözümleri bir öğretim elemanı ve bir matematik öğretmeni tarafından ayrı ayrı değerlendirilmiş ve her bir problem için kullanılan stratejiler belirlenmiştir. Bu aşamadan sonra öğretmen adaylarının çözümlerinde belirlenen stratejiler birlikte incelenmiştir. Analizlerin % 99'unda araştırmacıların hem fikir olduğu görülmüştür. Analizler sonucunda, öğretmen adaylarının, her bir problemde farklı stratejileri hangi sıklıkta kullandıklarını belirmek için frekanslar ve yüzdeler kullanılmıştır.

BULGULAR

Elde edilen bulgular dört farklı problem için aşağıdaki gibi sunulmuştur.

Birinci Probleme Ait Bulgular

Birinci problem, yukarıda bahsedildiği gibi "14 kişilik kek yapmak için 8 yumurta kullanan Nehir, 12 yumurta ile kaç kişilik kek yapabilir?" şeklindeki bilinmeyen değer problemiydi. Öğretmen adaylarının birinci problemin çözümünde kullandıkları stratejiler Tablo 1' de verilmiştir. Öğretmen adaylarının bu problemde en sık kullandıkları strateji içler-dışlar çarpımı stratejisi olarak belirlenmiştir (% 76). Bu stratejinin kullanım yüzdesinin toplam kullanılan stratejilerin büyük bir çoğunluğunu oluşturduğu söylenebilir. İkinci sıklıkta kullanılan strateji artırma stratejisi olarak ortaya çıkmaktadır (% 10). Üçüncü sıklıkta kullanılan stratejiler birim oran ve değişim çarpanı stratejileridir (% 6). Yanlış toplamsal ilişki stratejisinin ise yalnız bir çözümde kullanıldığı görülmektedir (% 2). Bunun yanında, 34 öğretmen adayının 21' inin yani yarısından çoğunun (% 62) bu problemi iki farklı strateji kullanarak çözemediği belirlenmiştir.

Tablo 1: Birinci Problemin Çözümünde Kullanılan Stratejiler

Strateji	f	%
İçler-dışlar Çarpımı Stratejisi	37	76
Artırma Stratejisi	5	10
Birim Oran Stratejisi	3	6
Değişim Çarpanı Stratejisi	3	6
Yanlış Toplamsal İlişki Stratejisi	1	2

İkinci Probleme Ait Bulgular

İkinci problem, daha önce bahsedildiği gibi "300 km yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km'lik yolu kaç saatte alır?" şeklindeki bilinmeyen değer problemiydi. Öğretmen adaylarının ikinci problemin çözümünde kullandıkları stratejiler Tablo 2' de verilmiştir. Öğretmen adaylarının bu problemde en sık kullandıkları stratejinin içler-dışlar çarpımı stratejisi olduğu görülmüştür (% 65). Bu stratejinin kullanım yüzdesinin toplam kullanılan stratejilerin yarısından fazla olduğu söylenebilir. İkinci sıklıkta kullanılan strateji birim oran stratejisi olarak ortaya çıkmaktadır (% 20). Üçüncü sıklıkta kullanılan strateji değişim çarpanı stratejisidir (% 13). Dördüncü sıklıkta kullanılan strateji ise artırma stratejisidir (% 2). Yanlış toplamsal ilişki stratejisinin bu problemin çözümünde kullanılmadığı görülmektedir. Bu bulgulara ek olarak, 34 öğretmen adayının 22' sinin yani yarısından çoğunun (% 65) bu problemi iki farklı strateji kullanarak çözemediği belirlenmiştir.

Tablo 2: İkinci Problemin Çözümünde Kullanılan Stratejiler

Strateji	f	%
İçler-dışlar Çarpımı Stratejisi	30	65
Artırma Stratejisi	1	2
Birim Oran Stratejisi	9	20
Değişim Çarpanı Stratejisi	6	13
Yanlış Toplamsal İlişki Stratejisi	0	0

Üçüncü Probleme Ait Bulgular

Üçüncü problem, yukarıda bahsedildiği gibi; “Markette 8 tane gofretin 24 TL olduğunu gören Gül’ün, 20 tane gofret alabilmesi için ne kadar para ödemesi gerekir?” bilinmeyen değer problemiydi. Öğretmen adaylarının üçüncü problemin çözümünde kullandıkları stratejiler Tablo 3’ de verilmiştir. Öğretmen adaylarının bu problemde en sık kullandıkları stratejinin içler-dışlar çarpımı stratejisi olduğu görülmüştür (% 59). Bu stratejinin kullanım yüzdesinin toplam kullanılan stratejilerin yarısından fazla olduğu söylenebilir. İkinci sıklıkta kullanılan strateji birim oran stratejisi olarak ortaya çıkmaktadır (% 28). Üçüncü sıklıkta kullanılan strateji değişim çarpanı stratejisidir (% 12). Dördüncü sıklıkta kullanılan strateji ise artırma stratejisidir (% 2). Yanlış toplamsal ilişki stratejisinin bu problemin çözümünde kullanılmadığı görülmektedir. Bu bulgulara ek olarak, 34 öğretmen adayının 15’ inin yani yarısından azının (% 44) bu problemi iki farklı strateji kullanarak çözemediği belirlenmiştir.

Tablo 3: Üçüncü Problemin Çözümünde Kullanılan Stratejiler

Strateji	f	%
İçler-dışlar Çarpımı Stratejisi	30	59
Artırma Stratejisi	1	2
Birim Oran Stratejisi	14	28
Değişim Çarpanı Stratejisi	6	12
Yanlış Toplamsal İlişki Stratejisi	0	0

Dördüncü Probleme Ait Bulgular

Dördüncü problem, yukarıda bahsedildiği gibi; “Tuna ve Mert, mezuniyet yıllığı için arkadaşlarının fotoğraflarını bozmadan büyütmek istiyorlar. Büyütmek istedikleri fotoğraflardan birinin eni 2 cm, boyu ise 3 cm’dir, buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız. (a) Bu fotoğraf büyütüldükten sonra eni 4 cm oluyorsa boyu kaç cm olmuştur? (b) Bu fotoğraf büyütüldükten sonra eni 9 cm oluyorsa boyu kaç cm olmuştur?” bilinmeyen değer problemiydi. Öğretmen adaylarının dördüncü problemin a şıkkının çözümünde kullandıkları stratejiler Tablo 4’ de verilmiştir. Öğretmen adaylarının bu problemde en sık kullandıkları stratejinin diğer problemlerden farklı olarak değişim çarpanı stratejisi olduğu görülmüştür (% 50). Bu stratejinin kullanım yüzdesinin toplam kullanılan stratejilerin yarısı olduğu söylenebilir. İkinci sıklıkta kullanılan strateji içler-dışlar çarpımı stratejisi olarak ortaya çıkmaktadır (% 44). Üçüncü sıklıkta kullanılan stratejiler artırma stratejisi ve yanlış toplamsal ilişki stratejisidir (% 3).

Tablo 4: Dördüncü Problemin a Şıkkının Çözümünde Kullanılan Stratejiler

Strateji	f	%
İçler-dışlar Çarpımı Stratejisi	15	44
Artırma Stratejisi	1	3
Birim Oran Stratejisi	0	0
Değişim Çarpanı Stratejisi	17	50
Yanlış Toplamsal İlişki Stratejisi	1	3

Öğretmen adaylarının dördüncü problemin b şıkkının çözümünde kullandıkları stratejiler Tablo 5’ de verilmiştir. Bu problemin b şıkkındaki bulguların a şıkkındaki bulgularla benzerlik gösterdiği görülmektedir. Öğretmen adaylarının bu problemde en sık kullandıkları stratejinin diğer problemlerden farklı olarak fakat bu problemin a şıkkına benzer bir şekilde değişim çarpanı stratejisi olduğu görülmüştür (% 53). Bu stratejinin kullanım yüzdesinin toplam kullanılan stratejilerin yarısından çok olduğu söylenebilir. İkinci sıklıkta kullanılan strateji yine

Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi
Journal of Research in Education and Teaching
Haziran 2016 Cilt:5 Özel Sayı Makale No: 21 ISSN: 2146-9199

a şıkkından elde edilen bulgulara paralel olarak içler-dışlar çarpımı stratejisi olarak ortaya çıkmaktadır (% 41). Üçüncü sıklıkta kullanılan stratejiler ise a şıkkında olduğu gibi artırma stratejisi ve yanlış toplamsal ilişki stratejisidir (% 3).

Tablo 5: Dördüncü Problemin b Şıkkının Çözümünde Kullanılan Stratejiler

Strateji	f	%
İçler-dışlar Çarpımı Stratejisi	14	41
Artırma Stratejisi	1	3
Birim Oran Stratejisi	0	0
Değişim Çarpanı Stratejisi	18	53
Yanlış Toplamsal İlişki Stratejisi	1	3

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Öğretmen adayları bir, iki ve üçüncü bilinmeyen değer problemlerinin çözümünde çoğunlukla içler-dışlar çarpımı stratejisini kullanmayı tercih etmişlerdir. Oysa, dördüncü problemin her iki şıkkında da en çok kullandıkları strateji değişim çarpanı stratejisidir. Bunun yanında, bu problem için içler-dışlar çarpımı stratejisi en çok kullandıkları ikinci strateji olarak belirlenmiştir. Bunun nedeni, dördüncü sorudaki sayılar arasındaki ilişkilerin tamsayı olması olabilir. Benzer şekilde, Atabaş (2014) çalışmasında orantısal problemlerin çözümünde strateji seçiminin problem içinde kullanılan sayılar arasındaki ilişkilerden etkilendiğini belirtmiştir. Benzer şekilde, Lesh, Post ve Behr (1987) sayıların büyüklüğünün ve sayılar arasındaki ilişkilerin orantısal problemlerin nasıl çözüldüğünü etkilediğini bulmuştur. Fakat, bu çalışmada, iki ve üçüncü sorularda da sayılar arasındaki ilişkiler tamsayı olmasına rağmen öğretmen adaylarının çoğunlukla içler-dışlar çarpımı stratejisini tercih ettikleri görülmüştür. Bu sebeple, öğretmen adaylarının kullandıkları çözüm stratejilerinin, problemin içeriğine göre değişebildiği söylenebilir. Benzer bulgulara, Cramer ve Post (1993)'ün çalışmasında da rastlanmıştır. Buna ek olarak, çalışmadaki dördüncü problemin ders kitaplarında sıkça rastlanan tipik bilinmeyen değer problemlerinden farklı oluşu öğretmen adaylarını alışık oldukları içler-dışlar çarpımından başka stratejileri kullanmaya yöneltmiş olabilir. Benzer şekilde, Slovin (2000) içler-dışlar çarpımın ilk akla gelen strateji olmasını orantısal soruların benzer içerik ve soruş şekline sahip olmasına bağlamaktadır. Bu sebeple, öğrencilere sunulan bilinmeyen değer problemlerinin geleneksel soru tiplerinden çıkıp farklı stratejilerin kullanımına elverişli olması gerektiğini vurgulamıştır.

Bunun yanında, çalışmanın bulgularına göre, öğretmen adaylarının çoğunun verilen problemleri çözerken çarpımsal ilişkilerin kullanıldığı informal stratejileri (birim oran, değişim çarpanı gibi) değil, cebirsel kuralların kullanıldığı formal stratejileri (içler dışlar çarpımı gibi) kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür. Buna ek olarak, öğretmen adaylarının bilinmeyen değeri bulma problemlerini iki farklı stratejiyle çözmekte zorlandıkları görülmüştür. Ayrıca, öğretmen adaylarının yanlış toplamsal ilişki stratejisini çok fazla kullanmadıkları görülmüştür.

Öğretmen eğitimi programlarında, sınıf öğretmeni adaylarının oran ve orantı konusuyla ilgili bilgilerini arttırmak için matematik ve matematik öğretimi derslerinde bu konulara ağırlık verilmelidir. Matematik öğretimi derslerinde geleneksek orantısal problemlerin yanında çeşitli stratejilerin kullanılabileceği farklı içerikli problemlere de yer verilmelidir. Bu derslerde, öğretmen adaylarının farklı stratejiler kullanarak problem çözmeyle ilgili deneyim kazanmaları sağlanmalıdır. Bunlara ek olarak, sınıf öğretmeni adaylarının orantısal problemlerinin farklı soru tiplerinde hangi stratejileri kullanıldıklarını araştıran çalışmaların yapılması da önerilebilir.

KAYNAKÇA

Allain, A., (2000). Development of An Instrument to measure proportional reasoning among fast-track middle school students. *Published Master of Science Dissertation,* University of North Carolina State, Raleigh.

Atabaş, (2014). *An examination of fifth and sixth grade students' proportional reasoning.* Unpublished master's thesis, Boğaziçi University, İstanbul.

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. New York: Lawrence Erlbaum.

Baykul, Y., (2002). *İlköğretimde matematik öğretimi: 6.-8. sınıflar için.* Pegem A. Yayıncılık, ISBN 975-6802-60-X, Ankara, 352s.

Ben-Chaim, D., Fey, J.T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C. and Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*. 36. pp. 247-273.

Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B-S. (2012). *Ratio and proportion: Research and teaching in mathematics teachers' education (pre- and in-service mathematics teachers of elementary and middle school classes).* Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Cramer, K. & Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher,* 86(5), 404-407.

Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and Teaching Ratio and Proportion: Research Implications. In D. Owens (Ed.), *Research Ideas For the Classroom* (pp. 159-178). NY: Macmillan Publishing Company.

Heller, P., Ahlgren, A., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1989).Proportional Reasoning: The Effect of Two Context Variables, Rate Type and Problem Setting. *Journal for Research in Science Teaching,* 26(1), 205-220.

Heller, P., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1990). Qualitative and numerical reasoning about fractions and rates by seventh and eighth grade students. *Journal for Research in Mathematics Education,* 21(5), 388-402.

Hillen, A. F. (2005). *Examining preservice secondary mathematics teachers' ability to reason proportionally prior to and upon completion of a practice-based mathematics methods course focused on proportional reasoning.* Unpublished doctoral thesis, University of Pittsburgh, Johnstown.

Kaput, J. J., & West, M. M. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 235-287). Albany: State University of New York Press.

Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. (1983). Early adolescents' proportional reasoning on 'rate' problems. *Educational Studies in Mathematics, 14*(3), 219-233.

Kayhan, M., Duatepe, A., Akkuş-Çıkla, O., (2004). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda kullandıkları çözüm stratejileri. *VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 9-11 Eylül, İstanbul.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629–667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Lamon, S. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (3rd ed.). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Dienes revisited: Multiple embodiments in computer environments. In I. Wirsup & R. Streit (Eds.), *Development in School Mathematics Education Around the World* (pp. 647-680). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-118). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1988). Proportionality and the development of pre-algebra understandings. In A. Coxford & A. Shulte (Eds.) *The Idea of Algebra K-12: Yearbook* National Council of Teachers of Mathematics (pp. 78-90). Reston, VA: NCTM.

Slovin, H. (2000). Moving to proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(1), 58-60.

Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students. Educational Studies in Mathematics, 43, 271-292.