Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi Journal of Research in Education and Teaching

Şubat 2022 Cilt: 11 Sayı: 1 ISSN: 2146-9199

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ LİSANS ÖĞRENCİLERİNİN KISMİ TÜREV KONUSUNDAKİ KAVRAM YANILGILARININ İNCELENMESİ[1]

Buse Gizem YİTMEZ,
Dokuz Eylül Üniversitesi,
gizem.yitmez@gmail.com

Prof. Dr. Süha YILMAZ,
Dokuz Eylül Üniversitesi
suha.yilmaz@deu.edu.tr
ORCID:0000-0002-8330-9403

Özet

Kısmi türev, analiz dersi öğretiminde önemli yere sahip olan konular arasında yer almaktadır. Fakat içeriğinde soyut kavramlar bulundurmasından ve doğasında var olan karmaşıklıktan dolayı öğrencilerin zorluk çekmektedir. Öğrencilerin yaşadığı bu zorluklar, kavram yanılgılarının oluşumuna neden olabilmektedir. Bu kavrama ilişkin oluşabilecek yanlış kavrayışlar, anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesini olumsuz yönde etkilemektedir. Öğrenimde karşılaşılabilecek olumsuzlukların önlenmesi adına bu konudaki öğrenci kavrayışlarının belirlenmesi büyük önem taşımaktadır. Buradan hareketle araştırmada, ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin kısmi türev konusundaki kavram yanılgılarının belirlenmesi amaçlanmaktadır. Yapılan araştırma ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim görmekte olan 81 lisans öğrencisi ile yürütülmüş ve araştırmada, nicel araştırma yöntemlerinden genel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının %46'sının kısmi türev tanımına ve uygulamalarına ilişkin çeşitli yanılgılara sahip olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Analiz, kısmi türev, kavram yanılgıları, öğretmen adayları

AN INVESTIGATION OF THE MISCONCEPTIONS OF PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS TEACHING UNDERGRADUATE STUDENTS ON DIRECTIONAL DERIVATIVE

Abstract

Partial derivative is among the concepts that have an important position in the teaching of analysis course. However, it is one of the main difficulties that students have because of the abstract concepts in its content and complexity by its nature. These difficulties experienced by students can lead to the formation of misconceptions. The misconceptions that may occur about the concept negatively affect the realization of meaningful learning. It is of great importance to identify the misconceptions about this subject in order to prevent the negativity that may be encountered in learning. For this reason, in this study, it is aimed to determine the misconceptions of primary school mathematics teaching undergraduate students about partial derivatives. The research has been carried out with 81 undergraduate students studying in the Department of primary school mathematics teaching. The research is based on a survey designed from quantitative research patterns. As a result of the study, it has been determined that 46% of preservice teachers various misconceptions about the definition of partial derivative and its applications.

Key Words: Calculus III, partial derivative, misconception, preservice teacher

[1] Bu araştırma, ilk yazarın "İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Öğrencilerinin Çok Değişkenli Fonksiyonların Türevi Konusundaki Kavram Yanılgılarının İncelenmesi" başlıklı yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi Journal of Research in Education and Teaching

Şubat 2022 Cilt: 11 Sayı: 1 ISSN: 2146-9199

GİRİŞ

Ülkemizdeki matematik öğretim programları, öğrenciyi merkeze alan ve kavramsal öğrenmeye odaklanan yapılandırmacı yaklaşıma dayanmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Kavramsal öğrenme, öğrencilerin sahip olduğu eski bilgilerini, yeni öğrenilen kavram ile ilişkilendirerek, kavramın tam olarak anlaşılmasını gerektirir. Dolayısıyla matematik öğretiminde kavramlar önemli bir yere sahiptir. Matematik soyut ve somut kavramlardan oluşmaktadır. Somut kavramlar, çocukluktan itibaren kendiliğinden öğrenilirken, soyut kavramların öğrenimi için genellikle öğretim gerekmektedir (Pesen, 2008). Doğal olarak birçok öğrenci soyut kavramları öğrenirken zorlanmaktadır. Matematik de doğası gereği içeriğinde birçok soyut kavramı barındırdığından öğrencilerin zorluk çektiği derslerin başında gelmektedir.

Herhangi bir kavramı öğrenmede yaşanan zorluk, ilgili konunun öğrenimini zorlaştırmaktadır. Dolayısıyla bir konu öğretilmeden önce, onun ön bilgisi olan kavramların öğretilmesi gerekmektedir. Örneğin çok değişkenli fonksiyonlar öğrenilmeden kısmi türevi, kısmi türev öğrenilmeden katlı integrali öğrenmek mümkün değildir. Eğer ki zihinde yapılandırılan bir kavram yanlış veya eksik öğrenilmiş ise bunun öğrenciler tarafından değiştirilmesi hem zor olacaktır hem de diğer öğrenme durumlarını olumsuz etkileyecektir. Yanlış ya da eksik öğrenmeler, kavram yanılgısı oluşumuna sebebiyet vermektedir. Kavram yanılgıları genellikle bir konunun uzman görüşünden farklı olan, öğrencilerin sahip olduğu algı ya da kavrayış olarak tanımlanmaktadır (Graeber, 1993; Hammer, 1996; Zembat, 2015). Bir başka deyişle kavram yanılgısı, çeşitli öğrenmeler sonucu öğrencilerin öğrenmiş oldukları ve zihinlerinde soyutlaştırdıkları kavramlara yüklediği anlamların, kavramın bilimsel anlamıyla örtüşmemesidir (Baki ve Aydın Güç, 2014). Bu anlamda kavramsal öğrenmenin önündeki en büyük engellerden birinin kavram yanılgıları olduğu söylenebilir (Yenilmez ve Yaşa, 2008). Kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesi için yanlış kavrayışların basitçe görmezden gelinemeyeceği gibi bunların mutlaka üstesinden gelinmesi gerekmektedir. Fakat Hammer (1996)'ya göre kavram yanılgılarının çoğu geleneksel metotlarla ortadan kaldırılamayacak kadar ısrarcıdırlar.

Bu durumun üstesinden gelebilmek için öğrencilerin var olan yanılgılarından hareketle, onların kavrayışlarını geliştirecek yapılandırmacı yaklaşım temeline dayanan bir öğretim planı hazırlanması gerekmektedir. Bu noktada öğrencilerin sahip oldukları hata ve kavram yanılgıları sıklıkla karıştırılmaktadır. Bu bağlamda Smith, diSessa ve Roschelle (1993) kavram yanılgısını, sistematik bir şekilde hata üreten öğrenci kavrayışı olarak tanımlamıştır (aktaran Bingölbali ve Özmantar, 2009). Buradan anlaşılacağı üzere kavram yanılgıları, sıradan yapılan işlem hatalarından farklı olup, öğrencilerin sahip olduğu kavrayış biçimlerine dayanmaktadır. Dolayısıyla öğretim planlanırken odaklanılması gereken asıl şey öğrencinin yapmış olduğu hatadan çok hatanın kaynağı olan kavram yanılgısı, dolayısıyla yanılgının temelinde yatan kavrayış biçimi olmalıdır.

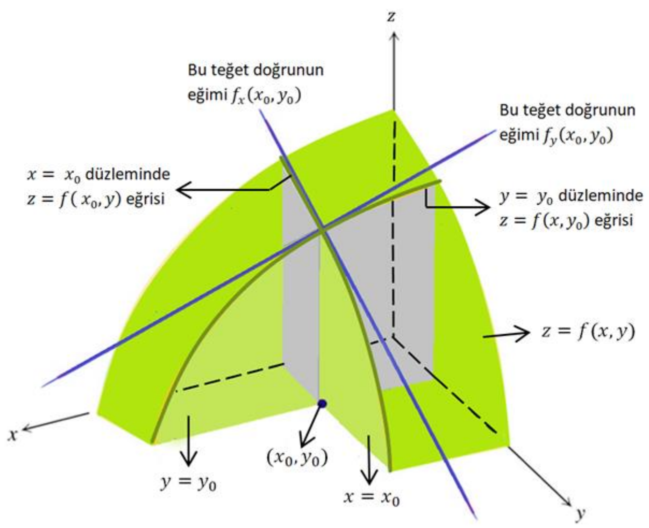
Öğrencilerin sorulara verdiği doğru cevaplar, matematiksel kavramları her zaman doğru anladıklarını göstermemektedir. Örneğin bir fonksiyonun sürekli olması için "grafiğinin tek parça olması gerektiği" kavrayışına sahip öğrencilere $f_1(x) = x^2$ ve $f_2(x) = \frac{1}{x}, (x \neq 0)$ fonksiyonlarının sürekli olup olmadığı sorulmuş ve öğrencilerin büyük çoğunluğu f_1 fonksiyonunun grafiği tek parça olduğu için sürekli, f_2'nin ise grafiği iki parçadan oluştuğu için süreksiz olduğu cevabını vermiştir (Tall ve Vinner, 1981). Oysa f_2 fonksiyonu tanım kümesinde 0 noktasını bulundurmadığı için fonksiyonun sürekli olduğunu söyleyebiliriz. Öğrencilerin sürekliliğe ilişkin sahip olduğu bu yanlış kavrayış, onların f_1 fonksiyonunun da doğru sonuca, f_2'de ise yanlış sonuca ulaşmalarına sebep olmuştur. Anlaşılacağı üzere öğrencilerin sahip olduğu yanlış kavrayışlar yanlışlıkla doğru sonuçlara neden olabilmektedir (Li, Julaihi ve Eng, 2017). Dolayısıyla hatalar kolayca fark edilse de kavram yanılgılarının ayrıntılı gözlem yapılmadan tespit edilmesi mümkün değildir.

Öğrenciler, sahip oldukları bu yanlış kavrayışları değiştirmeme konusunda oldukça ısrarcıdırlar ve değişikliğe direnç gösterirler. Piaget ve Vygotsky'nin bilişsel gelişim kuramları öğrenmeyi, sınıfın sosyal ortamı tarafından desteklenen bireysel inşa süreci olarak tanımlamaktadır (Jones ve Tanner, 2000). Öğrenciler bilgiyi var olan şemalarına uyan yönlerini özümseyerek, mevcut şemalarına uymayan bilgileri ise mevcut şemaları değiştirerek ya da genişleterek öğretimi anlamlandırmaya çalışırlar. Öğrencilerin sahip olduğu yanılgıların ortadan kaldırılabilmesi için mevcut bilgilerinin yeniden yapılandırılması gerekmektedir. Bunun için öğrencilerin mevcut bilgilerinin bir şekilde yetersiz olduğunu kabul etmesi ve öğrencilerin yeniden yapılandırma için çaba göstermesi gerekir. Bu noktada öğretmenlerin ise öğretilmesi gereken kavramı sadece açıklaması yeterli değildir. Bu anlamda kavram yanılgılarının üstesinden gelmek için bilişsel çatışmayı içeren öğretim stratejilerinin kullanımı çok etkilidir (Jones ve Tanner, 2000). Bilişsel çatışma ortamının sağlanması için öğretmenlerin, öğrencilerin yaptığı hatalar karşısında direkt olarak hataya müdahale etmek yerine, öğrencilerden yaptıkları hatalar hakkında konuşmalarını isteyerek, onlara hatalarını fark ettirmeye çalışmalıdırlar. Fakat Jones ve Tanner (2000) kavram yanılgılarının üstesinden gelinmesi için ilk basamağın, bu yanılgılara zemin teşkil eden matematiksel kavramların tanımlanmasının ve konuyla ilgili araştırmaların incelenmesinin gerekliliği üzerinde durmaktadır. Buradan hareketle kavram yanılgılarının giderilmesinin ilk basamağı onların tespit edilmesi olduğu söylenebilir.

Fonksiyon kavramı, analiz dersi konularının temelini oluşturmaktadır. A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere A'dan B'ye tanımlanan f bağıntısı, A kümesindeki her elemanı B kümesinde bir ve yalnız bir elemana eşliyorsa bu bağıntıya fonksiyon denmektedir (Bayazit ve Aksoy, 2013). Bir bağımsız değişkene sahip fonksiyonlara tek değişkenli, birden fazla bağımsız değişkene sahip olan fonksiyonlara ise çok değişkenli fonksiyon denmektedir. Günlük yaşamda ve öğretim aşamasında karşılaşılan birçok fonksiyon, aslında birden fazla bağımsız değişkene sahiptir. Örneğin öğrencilerin ilköğretim kademesinde karşılaştığı X=V.t fonksiyonu, hız ve zamana bağlı olarak alınan yolu hesaplamak için kullanılan iki değişkenli bir fonksiyondur. Benzer şekilde bir markette ekmek, içecek ve bisküvi satımından elde edilen gelirler sırasıyla x, y, z olmak üzere ayrı ayrı bağımsız değişkenleri, toplam elde edilen gelir bağımlı değişkeni ve toplam gelir fonksiyonu ise çok değişkenli fonksiyonu ifade etmektedir. Örnekleri daha ileri boyuta taşıyacak olursak bir astronomide roketin Dünya'nın yerçekimi alanından kurtulması için gereken hızı; akışkanlar mekaniğinde bir baraj üzerindeki hidrostatik basıncı; sağlıkta birim zamanda kalbin pompaladığı kanın hacmini; endüstride kanepenin yay aksamlarındaki gerilmeleri hesaplamada; hatta bindiğimiz araçların, günlük yaşamda kullandığımız robotların, uçakların, bilgisayarların yapımında dahi çok değişkenli fonksiyonlar kullanılmaktadır. Örneklerin sayısı çoğaltılabileceği gibi burada anlatılmak istenen çok değişkenli fonksiyonların kullanım alanının, tek değişkenli fonksiyonların kullanım alanına göre daha geniş olduğudur. Fakat günlük yaşamla yakından ilişkili olan bu kavramın uygulamada kullanılabilmesi için limit, süreklilik ve türev kavramlarının öğrenilmesi gerekmektedir. Hem öğretmen adayı öğrencilere yönelttiğimiz sorularda yer almalarından hem de okuyucuların daha kolay anlayabilmesi için bu kavramların tanımlarını iki değişkenli fonksiyonlar için hatırlatarak devam edelim.

Bir (x_0, y_0) noktasına yeterince yakın tüm (x, y) noktaları için $f(x, y)$'nin değerleri belirli bir L sayısına yaklaşıyorsa, (x, y) noktası (x_0, y_0)'a yaklaşırken f fonksiyonu L limitine yaklaşır denmektedir ve bu yaklaşım $f(x, y) = L$ şeklinde gösterilmektedir (Thomas, 2010). Bu tanım her ne kadar tek değişkenli fonksiyonların formel olmayan tanımına benzese de burada dikkat edilmesi gereken (x, y)'nin (x_0, y_0)'a herhangi bir yönden yaklaşabileceğidir. Çok değişkenli fonksiyonlarda süreklilik tanımına bakıldığında ise tek değişkenli fonksiyonlardaki gibi limit cinsinden ifade edilmektedir. Eğer ki bir $f(x, y)$ fonksiyonu (x_0, y_0) noktasında sürekli ise $f(x_0, y_0)$'da tanımlı, $f(x, y)$'nin var ve $f(x, y) = f(x_0, y_0)$ olması gerekmektedir. Fakat "Bir $f(x, y)$ fonksiyonunun bir noktada, orada sürekli olması gerekmeden hem x hem de y'ye göre kısmi türevleri var olabilir. Bu bir türevin varlığının sürekliliği gerektirdiği tek değişkenli fonksiyonlardan farklıdır" (Thomas, 2010). Kısmi türev, temelde tek değişkenli fonksiyonlarda türevin her defasında bir değişkene uygulanmasıdır (Thomas, 2010). Sezgisel olarak bir fonksiyonun bağımsız değişkenlerinden biri dışında hepsini sabit tutulursa ve o tek değişkene göre türev alınırsa kısmi türev elde edilmektedir. Fiziksel olarak kısmi türev çok değişkenli bir fonksiyonun, örneğin $z = f(x, y)$ fonksiyonunun x ile y, başka bir deyişle $(1,0)$ ve $(0,1)$ birim vektörleri yönündeki değişim hızını temsil etmektedir. Geometrik olarak ise $z = f(x, y)$ fonksiyonunun gösterdiği S yüzeyi üzerinde bir nokta $P(x_0, y_0, z_0)$ olsun. P noktasından $y = 0$ düzlemine paralel bir düzlem çizildiğinde, bu düzlem üzerindeki noktalar için $y = y_0$ olur. Bu düzlemin S yüzeyi ile arakesiti denklemi $z = f(x, y_0)$ olan bir eğridir. Arakesit eğrisinin P noktasındaki teğetinin eğimi, $\frac{\partial z}{\partial x}$ kısmi türevidir. Benzer şekilde P noktasında $x = x_0$ düzlemi ile yüzeyin arakesiti olan $z = f(x_0, y)$ eğrisinin bu noktadaki teğetinin eğimi, $\frac{\partial z}{\partial y}$ kısmi türevidir. Şekil 1'de Bir $z = f(x, y)$ fonksiyonunun birinci mertebe kısmi türevlerinin geometrik yorumu yer almaktadır.

Şekil 1
Bir $z = f(x, y)$ fonksiyonunun birinci mertebe kısmi türevlerinin geometrik yorumu



Bir $f(x, y)$ fonksiyonunun (x_0, y_0) noktasında kısmi türevleri limitinin var ve sonlu olması şartıyla aşağıdaki gibidir.

$$f_x(x_0, y_0) = \frac{f(x_0 + h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h}$$

$$f_y(x_0, y_0) = \frac{f(x_0, y_0 + h) - f(x_0, y_0)}{h}$$

$f(x, y)$ fonksiyonu için elde edilen f_x ve f_y kısmi türevleri de x ve y'nin fonksiyonlarıdır. Dolayısıyla, elde edilen kısmi türevlerin de x ya da y'ye göre tekrar kısmi türevleri hesaplanabilmektedir. Örneğin $z = f(x, y)$ fonksiyonunun ikinci mertebeden kısmi türevleri $f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}, f_{yx}$ şeklinde yazılabilir.

Çok değişkenli bileşik fonksiyonların türevi hesaplanırken Zincir Kuralının birkaç farklı formu vardır. Bu formlar verilen bir f fonksiyonunda ve bahsedilen f fonksiyonun bağlı olduğu fonksiyonların kaç değişkenli olduğuna bağlıdır. Örneğin $x = x(t), y = y(t)$'nin her biri türevlenebilen fonksiyonlar olmak üzere $z = f(x, y)$, x ve y'nin türevlenebilen bir fonksiyonu ise u fonksiyonuda t'nin türevlenebilen bir fonksiyonudur ve

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}.\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}.\frac{dy}{dt}$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Kısmi türevler yönlü türevin özel bir hali olarak karşımıza çıkmaktadır. Yönlü türev fiziksel olarak z fonksiyonunun x ya da y eksenlerine paralel olmayan bir $\vec{u} = \langle a, b \rangle$ birim vektörü yönündeki değişim hızını temsil etmektedir. Bir f fonksiyonunun $P_0(x_0, y_0)$ noktasında $\vec{u}$ birim vektörü yönündeki yönlü türevi, limitinin var ve sonlu olması şartıyla,

$$\left(\frac{df}{ds}\right) \quad \vec{u}, P_0 = \frac{f(x_0 + sa, y_0 + sb) - f(x_0, y_0)}{s}$$

şeklinde bulunmaktadır (Thomas, 2010). Buradan anlaşılacağı üzere kısmi türev, içerisinde fonksiyon, limit, süreklilik, türev gibi literatürde öğrencilerin kavram yanılgısına sahip olduğu belirlenen birçok kavramı barındırmaktadır (Bingölbali, 2015; Dereli, 2015; Gökçek ve Akyıldız, 2016; Li ve diğerleri, 2017; Özkaya ve İşleyen, 2012; Özmantar ve Yeşildere, 2015). Dolayısıyla öğrencilerin, birçok yanılgıya sahip olduğu kavramları temelinde barındıran kısmi türev kavramına ilişkin kavram yanılgılarına sahip olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin kısmi türev kavramı ile alakalı hata ve kavram yanılgılarını tespit etmek, öğretmenlerin bunları dikkate alarak öğretim plan ve programlarını hazırlaması açısından oldukça önemlidir. Bu bağlamda araştırma ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin, kısmi türev konusundaki kavram yanılgılarını belirlemeyi amaçlamaktadır. Araştırma sonuçlarının, gelecek yıllarda öğretim plan ve programlarının hazırlanmasında, belirlenen yanılgıları engelleyecek ya da ortadan kaldıracak şekilde ışık tutacağı ve matematik öğretmenlerinin alanında iyi yetiştirilmesine katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

İlköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin kısmi türev konusundaki kavram yanılgılarını inceleyen bu araştırma nicel olarak desenlenmiş, geniş kapsamlı lisansüstü tez çalışmasının bir parçasını oluşturmaktadır. Araştırmada evreni temsil ettiği düşünülen örneklemin, kısmi türev konusundaki kavram yanılgılarının belirlenmesi ve araştırma sonuçlarının evrene genellenebilmesi amaçlandığından araştırmanın deseni genel tarama modeli olarak belirlenmiştir. Karasar'a (2002) göre genel tarama modeli, belirlenen evrenin ya da evreni temsil eden örneklemin tutumlarının, fikirlerinin, davranışlarının veya özelliklerinin nasıl dağılım gösterdiğini belirlemek için kullanılan aynı zamanda genel bir hükme varılması için gerçekleştirilen tarama çalışmalarıdır. Bu modelin asıl amacı evrenin özelliklerini tanımlamaktır. Ancak diğer araştırma türlerinde olduğu gibi genel tarama araştırmalarında da evren bütün olarak değil, evrenin özelliklerini yansıtan bir örneklem üzerinde araştırma yapılarak sonuçlar evrene genellenmektedir (Sezgin Selçuk, 2019).

Evren ve Örneklem

Bu araştırmada örneklemden elde edilen verileri, evrene genelleme amacı bulunduğundan elde edilen bulguların genellendiği büyük kitle olan evren ve büyük kitleyi temsil etme yeterliliğine sahip olan örneklem alma yoluna gidilmiştir. Araştırmanın amacı doğrultusunda evreni oluşturan bireylerin kısmi türev kavramının yer aldığı Analiz III dersini almış olması gerekmektedir. Buradan hareketle araştırmanın evreni, "İzmir'deki üniversitelerin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim görmekte olan 2. sınıf lisans öğrencileri" olarak belirlenmiştir. Araştırmada evrenden seçilen örneklem, olasılığa dayalı olmayan örnekleme yöntemlerinden "uygun örnekleme" yoluyla seçilmiştir. Uygun örnekleme yönteminde, zaman, konum, para gibi koşullara bağlı olarak elverişlilik durumlarına uygun olacak şekilde örneklem seçilmektedir (Canbazoğlu Bilici, 2019). Buradan hareketle araştırmanın örneklemi 2020-2021 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim görmekte olan 2. sınıf 83 öğretmen adayı olarak belirlenmiştir. Ancak çalışma 2 öğretmen adayının katılımının sağlanmaması ile 81 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Ayrıca araştırmada etik kurallar nedeniyle öğretmen adaylarının isimleri kullanılmamıştır. Bunun yerine öğretmen adayları ÖA1, ÖA2, …, ÖA81 şeklinde kodlanmıştır.

Veri Toplama Aracı

Bu araştırmada, Yitmez (2021) tarafından geliştirilen ve yüksek lisans tezinde kullanılan, tamamı açık uçlu sorulardan oluşan Çok Değişkenli Fonksiyonların Türevi Konusundaki Kavram Yanılgılarını Belirleme Testinde yer alan kısmi türev konusu ele alınmaktadır. Bu araştırmanın doğrultusunda kullanılmak üzere yalnızca kısmi türev ile ilgili olan 7 açık uçlu soru incelenmiştir. Kısmi türev konusundaki yanılgıların belirlenmeye çalışıldığı 7 soruda kapsam ve görünüş geçerliliğini sağlamak amacıyla kaynak tarama ve uzman görüşlerinden faydalanılmıştır. Soruların hazırlık aşamasında araştırmacılar Analiz III derslerinde, öğrencilerin yaptığı hataları ve yanılgıya düştüğü noktaları ders esnasında gözlemlemiştir. Testte yer alan her bir soru beklenilen yanılgılardan en az birini ortaya çıkarıcı ve ölçücü olması dikkate alınarak hazırlanmıştır. Hazırlanan her soru kısmi türev konusunu hem kapsayıcı hem de dengeli bir şekilde temsil etmesine özen gösterilmiştir. Testin güvenirliğini arttırmak için ilgili konuya düşen soru sayısının iki veya ikiden fazla olmasına, soruların açık, anlaşılır ve kesin cevaplı olmasına, uygulama süresinin öğrencilerin bütün soruları cevaplamasına yetecek kadar verilmesine ve veri analizinin objektif bir şekilde yapılmasına dikkat edilmiştir. Testin pilot çalışması, Bir devlet üniversitesinin ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim görmekte olan ikinci sınıf lisans öğrencileri ile gerçekleştirilmiş ve pilot çalışma sonrasında 2 uzman görüşünün alınmasıyla teste son hali verilmiştir. Testte yer alan her bir soru için uzman kişi tarafından hazırlanmış olan cevap anahtarları dikkate alınarak puanlandırılmıştır. Testin pilot çalışmasından önce ve sonra uzman görüşlerinden yararlanılmış ve kavram yanılgılarını belirleme testi uygulamaya hazır hale getirilmiştir. Testte yer alan sorular öğrencilerin bilgilerini ölçmekten çok, bu konuda sahip

Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi Journal of Research in Education and Teaching

Şubat 2022 Cilt: 11 Sayı: 1 ISSN: 2146-9199

oldukları kavram yanılgılarını ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. Bu araştırmada incelenen 7 soru KT1, KT2, …, KT7 şeklinde kodlanmıştır.

Veri Toplama Süreci

Uygulama yapılmadan önce araştırmacı, uygulama yapılacak dersin öğretim üyesini çalışma ve süreç hakkında ayrıntılı olarak bilgilendirmiştir. Gerekli hazırlıklar yapıldıktan ve öğrenciler bilgilendirildikten sonra "Çok Değişkenli Fonksiyonların Türevi Konusundaki Kavram Yanılgılarını Belirleme Testi" adlı teşhis testi 2020-2021 Eğitim ve Öğretim yılı bahar döneminin sonunda Analiz III dersini alan öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Uygulama bir devlet üniversitesinin tüm uzaktan eğitim faaliyetlerinin gerçekleştirildiği internet platformu üzerinde gerçekleştirilmiştir.

Veri Analizi

Araştırmada nicel olarak toplanan veriler nicel veri analizi yöntemlerine tabii tutularak, SPSS 23.0 paket programı ile analiz edilmiştir. Verilerin analizi yapılırken öğretmen adaylarının veri toplama aracında yer alan açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Yanıtlar incelenirken var olan durumlara hiçbir müdahalede bulunulmamıştır. Öğrencilerin yanıtları ilk olarak doğru cevap, yanlış cevap ve boş cevap olmak üzere üç kategoride incelenmiştir. Yapılan araştırmalar öğrencilerin sahip oldukları yanlış kavrayışların onları yanlış sonuca sürükleyebileceği gibi öğrencilerin doğru sonuca ulaşmasına da neden olabileceği görülmüştür (Baki ve Aydın Güç, 2014; Li ve diğerleri, 2017; Rakes ve Ronau, 2019; Yang ve Sianturi, 2020). Dolayısıyla doğru cevap ve yanlış cevap kategorisinde yer alan cevaplar, uzman görüşü eşliğinde kavram yanılgısı var ve kavram yanılgısı yok olarak değerlendirilmiştir.

Analiz aşamasında öğrencilerin her bir soruya verdiği yanıtlar incelenerek yüzde ve frekans tabloları oluşturulmuştur. Sonrasında öğrencilerin kısmi türev konusunda kavram yanılgılarına sahip olup olmadıklarını belirlemek amacıyla kavram yanılgısı yok kategorisindeki cevaplar 1, kavram yanılgısı var kategorisindeki cevaplar 2 olarak kodlanmıştır. Boş cevaplar için herhangi bir kodlama yapılmamıştır. Öğrencilerin verdiği cevapların ortalaması alınarak, öğrencilerin kısmi türev konusunda kavram yanılgılarına sahip olup olmadığı araştırılmıştır. Ortalama alınırken boş cevap kategorisinde incelenen cevaplar için her bir öğrencinin bütün sorulara verdiği cevapların ortalama puanı atanmıştır. Yapılan analiz sonucunda; $1,00 \leq x < 1,50$ aralığında çıkan sonuçlar kavram yanılgısı yok, $1,50 \leq x \leq 2,00$ aralığında çıkan sonuçlar kavram yanılgısı var olarak değerlendirilmiştir.

Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Bu araştırmada iç geçerliğin sağlanması adına katılımcı kaybı yaşanmamasına özen gösterilmiştir. Bu doğrultuda araştırma, örneklem içerisinden yalnızca iki kişinin katılım sağlamamasıyla 81 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Ayrıca örneklem araştırmacı tarafından tarafsız olarak seçilmiş, katılımcıların tümüne aynı test uygulanmış, yanıtlarını etkileyebilecek ortamlardan kaçınılmış, ölçme işlemi tüm öğretmen adaylarına aynı anda uygulanarak, herkese eşit ve yeterli süre verilmiştir. Araştırmanın dış geçerliğinin sağlanması amacıyla evreni temsil edecek nitelikte ve yansız bir şekilde örneklem seçimi gerçekleştirilmiştir. Uygulama sırasında öğrencilere hiçbir müdahalede bulunulmamış ve katılımcıların yanıtları tarafsız olarak değerlendirilmiştir. Bunlara ek olarak bulgular kısmında sorulara verilen cevapların doğrudan alıntılarına yer verilmiş ve bu alıntılardan yola çıkılarak sonuçlar ayrıntılı biçimde açıklanmıştır. Geçerliğin yüksek olması, güvenirliğin yüksek olmasını etkilemektedir (Sezgin Selçuk, 2019). Dolayısıyla araştırmanın geçerliğini arttıracağı düşünülen bütün önlemler, araştırmanın güvenirliğini de arttıracaktır. Bunun dışında araştırmanın güvenirliğinin arttırılması amacıyla veri toplama aracında uygun ve yeterli sayıda soruya yer verilmiştir. Öğrencilere uygulama yapılmadan önce gerekli açıklamalar yapılmış, hazırlanan testte yer alan soru ifadeleri herkes tarafından anlaşılır ve kesin cevaplı olmasına dikkat edilmiştir. Araştırmada yer alan sorular birbirini tamamlayacak ve anlamlı bir bütün oluşturacak şekilde hazırlanarak araştırmanın iç tutarlılığın kontrol edilmesi amaçlanmıştır. Ayrıca araştırmanın kapsam geçerliliğinin sağlanması amacıyla veri toplama aracı hazırlanırken, alanında uzman öğretim üyelerinin görüşleri alınmıştır.

BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın probleminin incelenmesi sonucu elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Araştırmanın KT1. sorusunda öğrencilere "Kısmi türev nedir?" sorusu sorularak, kısmi türev kavram tanımına ilişkin varsa sahip oldukları kavram yanılgılarının tespit edilmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin KT1. soruya vermiş oldukları cevapların yüzde ve frekans değerleri Tablo 1'de sunulmuştur.

Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi Journal of Research in Education and Teaching

Şubat 2022 Cilt: 11 Sayı: 1 ISSN: 2146-9199

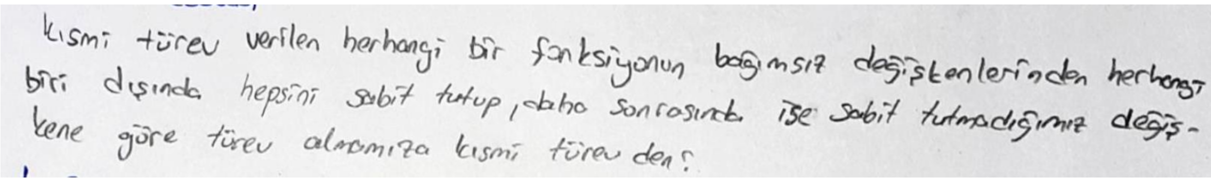
Tablo 1: Öğrencilerin KT1.Soruya Verdiği Cevaplarla Oluşturulmuş Yüzde ve Frekans Tablosu

DOĞRU CEVAP		YANLIŞ CEVAP				BOŞ		TOPLAM	
Kavram Yanılgısı Yok		Kavram Yanılgısı Var		Kavram Yanılgısı Yok					
%	f	%	f	%	f	%	f	%	f
37,0	30	46,9	38	16,0	13	0	0	100	81

Tablo 1 incelendiğinde öğrencilerin tamamının soruya yanıt verdiği ve 43 öğrencinin (%53,1) kavram yanılgısına sahip olmadığı, 38 öğrencinin (%46,9) ise yanılgıya sahip olduğu belirlenmiştir. Yapılan tanımlar incelendiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun kısmi türev kavramını benzer şekilde yani sezgisel olarak tanımladığı belirlenmiştir. Kavram yanılgısına sahip öğrencilerin yanıtları incelendiğinde ise en sık karşılaşılan kavrayışlardan birisinin, "kısmi türevin tüm fonksiyonlar için uygulanabileceği" olduğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olarak Şekil 2'de ÖA8 kodlu öğrencinin verdiği cevap sunulmuştur. En sık karşılaşılan bir diğer kavrayışın ise "fonksiyonun bağımsız değişkenlerinin birinde meydana gelecek olan değişimin, tüm değişkenlerde meydana geleceği" olduğu belirlenmiştir.

Şekil 2

ÖA8 kodlu öğretmen adayının KT1. Soruya verdiği cevap



KT2. soruda öğrencilere *Kısmi türev sürekliliği gerektirir mi?* sorusu sorularak, kısmi türev ve süreklilik ilişkisine dair varsa sahip oldukları kavram yanılgılarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin KT2. soruya vermiş oldukları cevapların yüzde ve frekans değerleri Tablo 2 de verilmiştir.

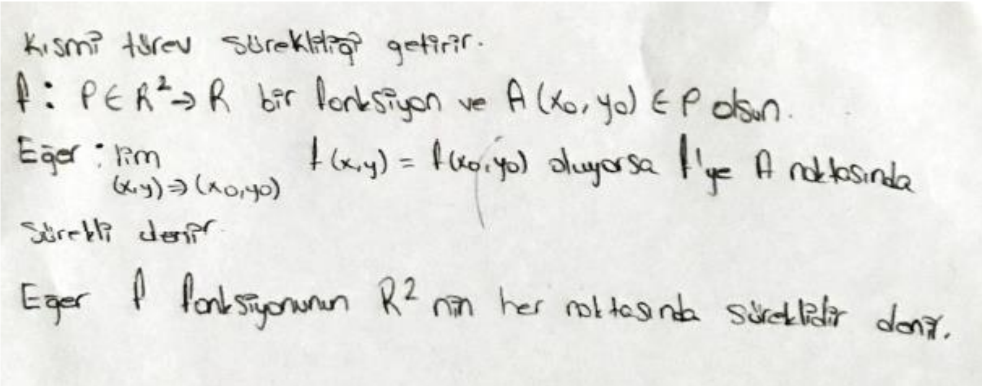
Tablo 2: Öğrencilerin KT2. Soruya Verdiği Cevaplarla Oluşturulmuş Yüzde ve Frekans Tablosu

DOĞRU CEVAP		YANLIŞ CEVAP				BOŞ		TOPLAM	
Kavram Yanılgısı Yok		Kavram Yanılgısı Var		Kavram Yanılgısı Yok					
%	f	%	f	%	f	%	f	%	f
51,9	42	34,6	28	12,3	10	1,2	1	100	81

Tablo 2'de öğrencilerin biri dışında tamamının 4. soruya yanıt verdiği, 28 öğrencinin (%12,3) kavram yanılgısına sahip olduğu, 52 öğrencinin (%64,2) ise yanılgıya sahip olmadığı belirlenmiştir. Kavram yanılgısı tespit edilen cevaplar incelendiğinde, 12 öğrencinin tek değişkenli fonksiyonların türevinin bulunduğu her noktada sürekli olma şartının, kısmi türev için de gerekli olduğu kavrayışına sahip olduğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olarak Şekil 3'te ÖA2 kodlu öğretmen adayının cevabı sunulmuştur. 3 öğrencinin ise kısmi türevin limit tanımından yararlanabilmek için sürekliliğin var olması gerektiği kavrayışına sahip olduğu belirlenmiştir. Şekil 4'te bu duruma örnek olarak ÖA45 kodlu öğretmen adayının cevabı sunulmuştur.

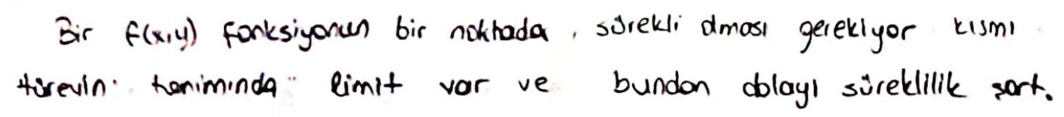
Şekil 3

ÖA2 kodlu öğretmen adayının KT2. Soruya verdiği cevap


kısmi türev sürekliliği getirir.
$f: P \in R^2 \to R$ bir fonksiyon ve $A(x_0, y_0) \in P$ olsun.
Eğer: $\lim_{(x,y) \to (x_0,y_0)} f(x,y) = f(x_0,y_0)$ oluyorsa f'ye A noktasında sürekli denir.
Eğer f fonksiyonunun R^2 nin her noktasında süreklidir denir.

Şekil 4

ÖA45 kodlu öğretmen adayının KT2. Soruya verdiği cevap


Bir f(x,y) fonksiyonun bir noktada, sürekli olması gerekiyor kısmı türevin tanımında limit var ve bundan dolayı süreklilik şart.

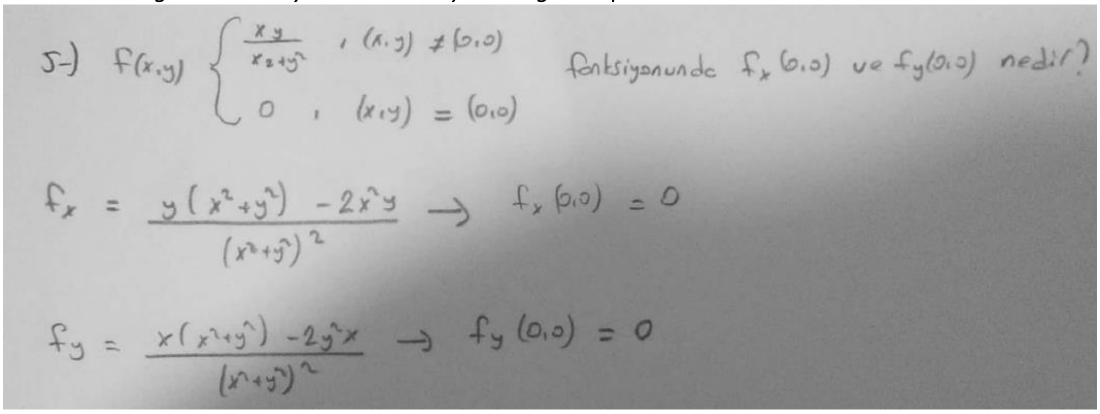
KT3. soru kısmi türev ve uygulamaları ile ilgili olup, kısmi türev algoritmasıyla ($f(x,y)$ fonksiyonunda, f_x'i bulmak için y'yi sabit tut, x'e göre türev al; f_y'yi bulmak için x'i sabit tut, y'e göre türev al) çözülemeyen sorulara dair öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgılarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin KT3. soruya vermiş oldukları cevapların frekans ve yüzde değerleri Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3: Öğretmen Adaylarının KT3. Soruya Verdiği Cevaplarla Oluşturulmuş Yüzde ve Frekans Tablosu

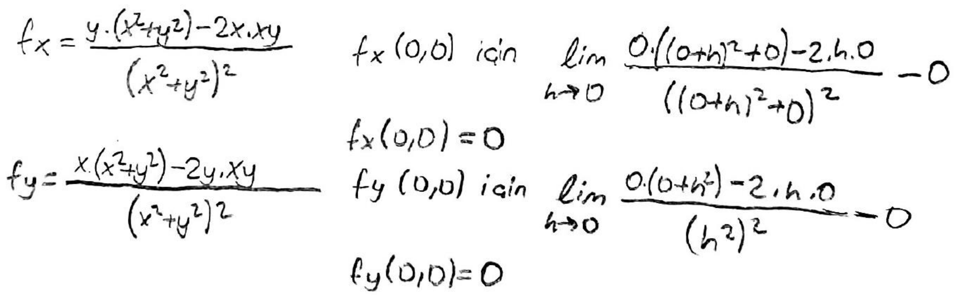
DOĞRU CEVAP		YANLIŞ CEVAP				BOŞ		TOPLAM	
Kavram Yanılgısı Yok		Kavram Yanılgısı Var		Kavram Yanılgısı Yok					
%	f	%	f	%	f	%	f	%	f
75,3	61	13,6	11	6,2	5	4,9	4	100	81

Tablo 3'te öğrencilerden 4'ü dışında tamamının KT3. soruyu yanıtladığı, 11 öğrencinin (%13,6) kavram yanılgısına sahip olduğu, 66 öğrencinin (%81,5) ise yanılgıya sahip olmadığı belirlenmiştir. Cevaplar incelendiğinde araştırmaya katılan bütün öğrencilerin doğru sonuca ulaştığı tespit edilmiştir. Fakat çözüm aşamaları incelendiğinde 11 öğrencinin kavram yanılgısına sahip olduğu, 5 öğrencinin ise çeşitli işlem hataları yaptığı görülmüştür. Kavram yanılgısı tespit edilen cevaplarda, 4 öğrencinin kısmi türev algoritmasının sonucunda elde edilen $\frac{0}{0}$ belirsizliğinin 0 sonucunu verdiği, dolayısıyla $f_x(0,0)$ ve $f_y(0,0)$'ın 0 olduğu sonucuna ulaştığı belirlenmiştir. Bu duruma örnek olarak Şekil 5'te ÖA17 kodlu öğretmen adayının cevabı sunulmuştur. Her ne kadar sorunun doğru çözümünde de f_x, f_y fonksiyonları $(0,0)$ noktasında 0 sonucunu verse de, bu şekilde cevap veren öğrencilerin yanlış bir kavrayışa sahip olduğu ve yanlışlıkla doğru sonuca ulaştığı aşikardır. 5 öğrencinin ise limit tanımını yanlış fonksiyon üzerinde uygulamalarından kaynaklı yanılgıya sahip olduğu tespit edilmiştir. Bu öğrenciler limit tanımını f_x ve f_y fonksiyonları üzerine uygulamış ve sırasıyla f_{xx} ve f_{yy}'nin sonuçlarına ulaşmış fakat yine de doğru sonuca ulaşmışlardır. Bu duruma örnek olarak Şekil 6'da ÖA58 kodlu öğretmen adayının cevabı sunulmuştur.

Şekil 5
ÖA17 kodlu öğretmen adayının KT3. soruya verdiği cevap



Şekil 6
ÖA58 kodlu öğretmen adayının KT3. soruya verdiği cevap



Araştırmanın KT4. Sorusunda öğrencilerin kısmi türev ile tek değişkenli fonksiyonlarda türev için kullanılan sembollerin farkında olup olmadıklarının görülmesi ve varsa sahip oldukları kavram yanılgılarının tespit edilmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin KT4. Soruya vermiş oldukları cevapların yüzde ve frekans değerleri Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4: Öğrencilerin KT4. Soruya Verdiği Cevaplarla Oluşturulmuş Yüzde ve Frekans Tablosu

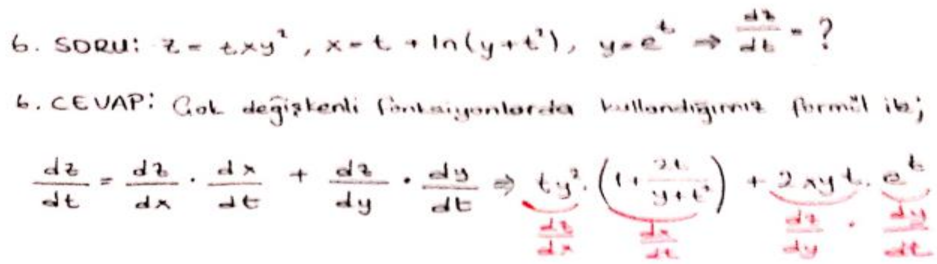
DOĞRU CEVAP		YANLIŞ CEVAP				BOŞ		TOPLAM	
Kavram Yanılgısı Yok		Kavram Yanılgısı Var		Kavram Yanılgısı Yok					
%	f	%	f	%	f	%	f	%	f
0	0	97,5	79	0	0	2,5	2	100	81

Tablo 4 incelendiğinde öğrencilerden 2'si dışında tamamının KT4. soruya cevap verdiği görülmektedir. Cevaplar analiz edildiğinde soruya cevap veren öğrencilerin tamamının (%97,5) kavram yanılgısına sahip olduğu belirlenmiştir. Bu sonuç öğrencilerin d ve ∂ sembollerini birbirinden ayırt edemediği ve semboller arası geçişlerde yanlış kavrayışlara sahip olduğunu göstermektedir. Soruda z fonksiyonunun adi türevi sorulmasına karşın, tüm öğrencilerin çok değişkenli fonksiyonlar için zincir kuralını uyguladığı belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin tamamının soruda zincir kuralını uygularken kısmi türev ya da adi türev fark etmeksizin tüm ifadelerde yalnızca d ya da ∂ sembolünü kullandığı tespit edilmiştir. Her iki durum da öğrencilerin sembollerin değişik formlar arası geçişini sağlayamadığını göstermektedir. Bu duruma örnek olarak Şekil 7'de ÖA81 kodlu öğretmen adayının cevabı sunulmuştur.

Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi Journal of Research in Education and Teaching
Şubat 2022 Cilt: 11 Sayı: 1 ISSN: 2146-9199

Şekil 7

ÖA81 kodlu öğretmen adayının KT4. soruya verdiği cevap



KT5. soru ile öğrencilerin iki değişkenli bir f fonksiyonunda zincir kuralını uygulayıp uygulayamadıklarının görülmesi ve bunun yanı sıra f fonksiyonuna bağlı olan x ve y fonksiyonlarının biri tek biri iki değişkenli verilerek, öğrencilerin sembol kullanımına ilişkin kavram yanılgıları tespit edilmeye çalışılmıştır. KT5. soruya verilen cevapların yüzde ve frekans değerleri Tablo 5'te verilmiştir.

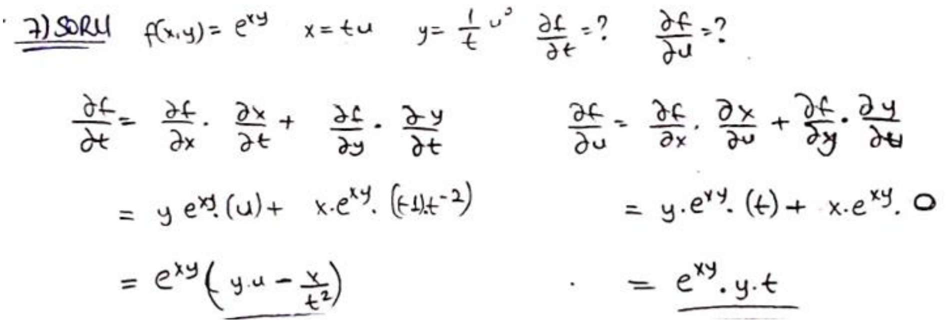
Tablo 5: Öğrencilerin KT5. Soruya Verdiği Cevaplarla Oluşturulmuş Yüzde ve Frekans Tablosu

DOĞRU CEVAP		**YANLIŞ CEVAP**				**BOŞ**		**TOPLAM**	
Kavram Yanılgısı Yok		Kavram Yanılgısı Var		Kavram Yanılgısı Yok					
%	f	%	f	%	f	%	f	%	f
4,9	4	93,8	76	1,2	1	0	0	100	81

Tablo 5 incelendiğinde tüm öğrencilerin KT5. soruya yanıt verdiği, 76 öğrencinin (%93,8) kavram yanılgısına sahip olduğu, 5 öğretmen adayının ise yanılgıya sahip olmadığı belirlenmiştir. Kavram yanılgısına sahip olan öğrencilerin cevapları analiz edildiğinde, 64'ünün doğru sonuca ulaştığı, 12'sinin ise işlem hataları sebebiyle yanlış sonuca ulaştığı belirlenmiştir. Fakat bahsedilen öğrencilerin tamamının, tek değişkenli fonksiyonlar ile kısmi türevi ayırt etmek için kullanılan sembollere ilişkin yanlış kavrayışa sahip olduğu belirlenmiştir. Cevaplar incelendiğinde 60 öğrencinin kısmi türev ya da adi türev fark etmeksizin tüm ifadelerde ∂ sembolünü kullandığı görülürken (şekil 8), 13'ünün tüm ifadelerde d sembolünü kullandığı görülmüştür. 3 öğrencinin ise f fonksiyonun türevini alırken ∂, ara değişkenler olan x ve y fonksiyonlarının türevini alırken d sembolünü kullandığı tespit edilmiştir.

Şekil 8

ÖA45 kodlu öğretmen adayının KT5. soruya verdiği cevap



Araştırmanın KT6. Sorusunda öğrencilerin, istenen noktada süreksiz ve parçalı bir f fonksiyonunun ikinci mertebe kısmi türevini alırken varsa sahip oldukları kavram yanılgılarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu soruya verilen cevapların yüzde ve frekans değerleri Tablo 6'da verilmiştir.

Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi Journal of Research in Education and Teaching

Şubat 2022 Cilt: 11 Sayı: 1 ISSN: 2146-9199

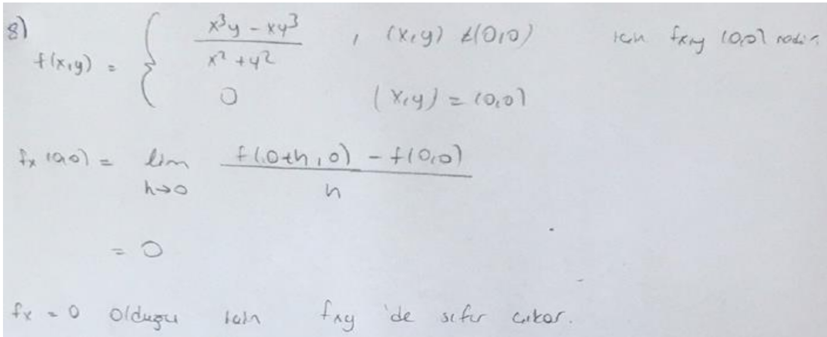
Tablo 6: Öğretmen Adaylarının KT6. Soruya Verdiği Cevaplarla Oluşturulmuş Yüzde ve Frekans Tablosu

DOĞRU CEVAP		YANLIŞ CEVAP				BOŞ		TOPLAM	
Kavram Yanılgısı Yok		Kavram Yanılgısı Var		Kavram Yanılgısı Yok					
%	f	%	f	%	f	%	f	%	f
50,6	41	25,9	21	6,2	5	17,3	14	100	81

Tablo 6'da 14 öğrencinin (%17,3) KT6. soruya cevap vermediği görülmektedir. Ayrıca 21 öğrencinin (%25,9) kavram yanılgısına sahip olduğu, 46 öğrencinin (%56,8) ise yanılgıya sahip olmadığı belirlenmiştir. Kavram yanılgısı tespit edilen cevaplar incelendiğinde, 4 öğretmen adayının f_x fonksiyonunun $(0,0)$ noktasındaki değeri 0 olduğu için, $f_{xy}(0,0)$ değerinin de 0 olduğu kavrayışına sahip olduğu belirlenmiştir. Bu duruma örnek olarak Şekil 9'de ÖA53 kodlu öğretmen adayının cevabı sunulmuştur. 6 öğretmen adayının ise f_{xy} fonksiyonunda yerine koydukları $(0,0)$ noktasının $\frac{0}{0}$ belirsizliğini vermesine karşın $f_{xy}(0,0) = 0$ cevabını verdiği görülmüştür. Şekil 10'de bu duruma örnek olarak ÖA30 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap sunulmuştur.

Şekil 9

ÖA53 kodlu öğretmen adayının KT6. Soruya verdiği cevap



8) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y - xy^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ için $f_{xy}(0,0)$ nedir

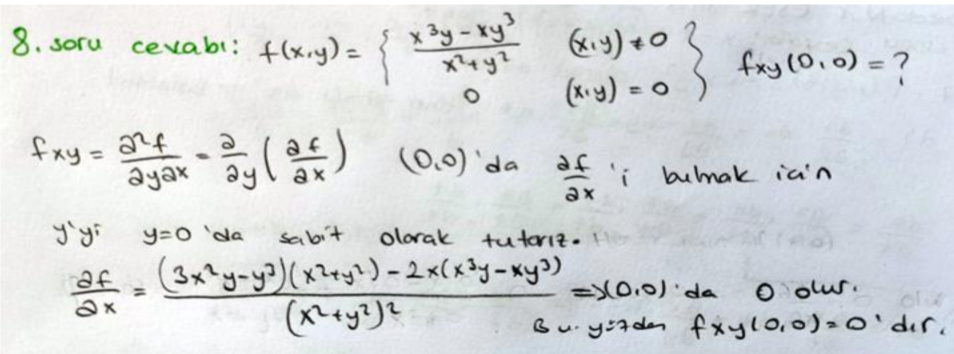
$f_x(0,0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(0+h,0) - f(0,0)}{h}$

$= 0$

$f_x = 0$ olduğu için f_{xy} 'de sıfır çıkar.

Şekil 10

ÖA30 kodlu öğretmen adayının KT6. Soruya verdiği cevap



8. soru cevabı: $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y - xy^3}{x^2+y^2} & (x,y) \neq 0 \\ 0 & (x,y) = 0 \end{cases}$ $f_{xy}(0,0) = ?$

$f_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)$ (0,0)'da $\frac{\partial f}{\partial x}$ 'i bulmak için

y'yi y=0 'da sabit olarak tutarız.

$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{(3x^2y-y^3)(x^2+y^2) - 2x(x^3y-xy^3)}{(x^2+y^2)^2}$ => (0,0)'da 0 olur.

Bu yüzden $f_{xy}(0,0) = 0$'dır.

KT7. soruda öğrencilerin, fonksiyonel determinantın özelliklerinden olan, fonksiyonel bağımlılık kavramına ilişkin varsa sahip oldukları kavram yanılgılarının belirlenmesi amaçlanmıştır. KT7. soruya verilen cevapların yüzde ve frekans değerleri Tablo 7'de verilmiştir.

Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi Journal of Research in Education and Teaching
Şubat 2022 Cilt: 11 Sayı: 1 ISSN: 2146-9199

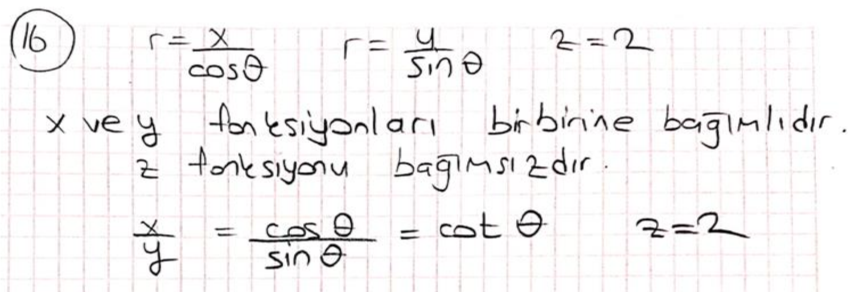
Tablo 7: Öğrencilerin KT7. Soruya Verdiği Cevaplarla Oluşturulmuş Yüzde ve Frekans Tablosu

DOĞRU CEVAP		**YANLIŞ CEVAP**				**BOŞ**		**TOPLAM**	
Kavram Yanılgısı Yok		Kavram Yanılgısı Var		Kavram Yanılgısı Yok					
%	f	%	F	%	f	%	f	%	f
48,1	39	19,8	16	1,2	1	30,9	25	100	81

Tablo 7'de 25 öğrencinin (%30,9) soruya cevap vermediği, 16 öğrencinin (%19,8) kavram yanılgısına sahip olduğu, 40 öğrencinin (%49,3) ise yanılgıya sahip olmadığı belirlenmiştir. Kavram yanılgısı tespit edilen cevaplar incelendiğinde, 4 öğrencinin x ve y fonksiyonlarının her ikisinde r bağımsız değişkeni bulunmasından dolayı fonksiyonel bağımlı, z fonksiyonunda r değişkeni bulunmamasından dolayı bağımsız olduğu cevabını vermiştir. Bu duruma örnek olarak Şekil 11'de ÖA75 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap sunulmuştur. 9 öğrencinin ise verilen x ve y fonksiyonlarının, yarıçapı r olan merkezil çember denkleminin bileşenleri olduğu kavrayışına sahip olduğu tespit edilmiştir. Bu öğrenciler çember denkleminde yerine koydukları x ve y fonksiyonlarının sonucunun z fonksiyonunu vermesinden, fonksiyonların fonksiyonel bağımlı olduğu cevabını vermişlerdir. Şekil 12'de bu duruma örnek bir öğrenci cevabı sunulmuştur. Ayrıca bu soruda boş cevap sayısında artış gözlemlenmiştir. Bu durumda öğrencilerin fonksiyonel determinant kavramına ilişkin bilgi eksikliklerine sahip olduğu düşünülmektedir.

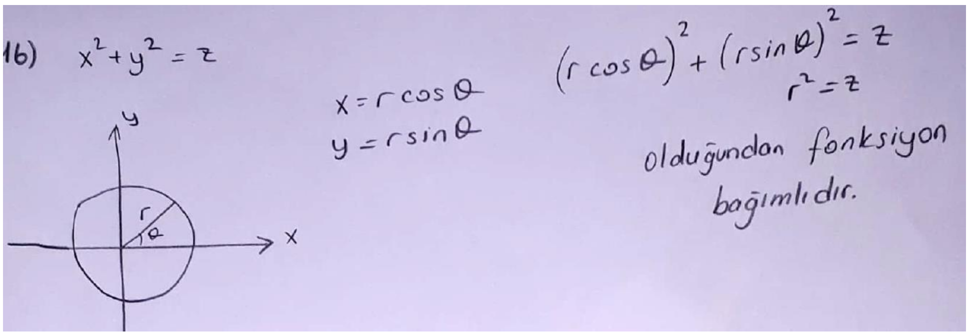
Şekil 11

ÖA75 kodlu öğretmen adayının KT7. soruya verdiği cevap



Şekil 12

ÖA50 kodlu öğretmen adayının KT7. Soruya verdiği cevap



Buraya kadar araştıranın problemi doğrultusunda incelenen soruların betimsel analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Şimdi ise öğrencilerin bu sorulara verdiği cevapların ortalamaları alınarak, onların kısmi türev konusunda yanılgıya sahip olup olmadıkları belirlenecektir. Bu doğrultuda her bir öğrencinin testte yer alan yedi soruya verdiği cevapların ortalaması alınmıştır. $1{,}00 \leq x < 1{,}50$ aralığında çıkan sonuçlar kavram yanılgısı yok, $1{,}50 \leq x \leq 2{,}00$ aralığında çıkan sonuçlar kavram yanılgısı var olarak değerlendirilmiştir. Tablo 8'de incelenen soruların analizi sonucu elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi Journal of Research in Education and Teaching

Şubat 2022 Cilt: 11 Sayı: 1 ISSN: 2146-9199

Tablo 8: Öğrencilerin Sorulara Verdiği Cevaplarla Oluşturulmuş Yüzde ve Frekans Tablosu

	%	f
Kavram Yanılgısı Var	37	45,7
Kavram Yanılgısı Yok	44	54,3
Toplam	81	100,0

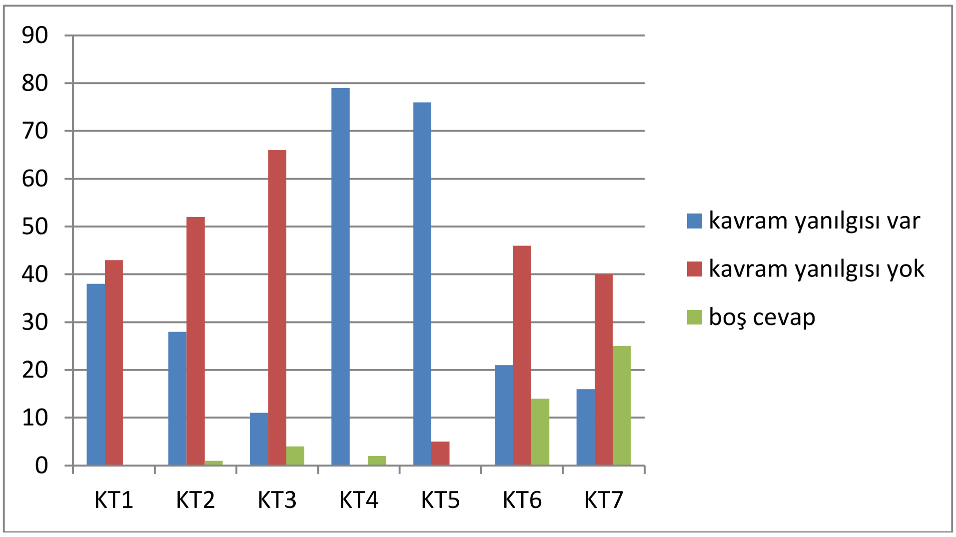
Yapılan analiz sonucunda kısmi türev konusuna ilişkin öğrencilerin 37'sinin (%45,7) kavram yanılgısına sahip olduğu, 44'ünün (%54,3) ise yanılgıya sahip olmadığı belirlenmiştir. Bu sonuç öğrencilerin neredeyse yarısının yanlış kavrayışlara sahip olduğunu göstermektedir.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu araştırmada ilköğretim matematik öğretmenliği 2. sınıf lisans öğrencilerinin kısmi türev konusuna ilişkin sahip oldukları kavram yanılgıları incelenmiştir. Araştırma nicel araştırma yöntemlerinden genel tarama araştırması üzerine temellendirilmiş olup, Yitmez (2021) tarafından geliştirilen "Çok Değişkenli Fonksiyonların Türevi Konusundaki Kavram Yanılgılarını Belirleme Testi" kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin neredeyse yarısının kısmi türev konusunda yanlış kavrayışlara sahip olduğu belirlenmiştir. Araştırmada incelenen sorulara, öğrencilerin verdiği cevaplar doğrultusunda oluşturulmuş histogram grafiği Şekil 13'te yer almaktadır.

Şekil 13

Öğrencilerin her bir soruya verdiği cevaplar doğrultusunda oluşturulmuş histogram grafiği



Araştırmamızın birinci sorusunda öğrencilerin kısmi türev kavram tanımı yapmakta zorlandığı ve yanlış kavrayışlara sahip olduğu belirlenmiştir. Benzer şekilde Koçak'ın (2020) çalışmasında öğretmen adaylarının üstel belirsizlikler ile diferansiyelin geometrik tanımını yapmakta zorlandığı ve aşırı genelleme sonucu kavram yanılgılarına sahip olduğu; Dereli'nin (2015) yaptığı çalışmada ise öğretmen adaylarının dizi ve seri kavramlarının tanımlarını yaparken zorlandığı ve çeşitli yanılgılara sahip olduğu belirlenmiştir. Vinner'a (2002) göre kavram tanımları matematik öğreniminde ciddi sorunlara neden olmaktadır. Çünkü matematik, doğası gereği içeriğinde birçok soyut kavramı barındırmaktadır. Fakat öğrenciler soyut kavramları anlamlandırmakta zorluk çekmektedir. Öğrenciler anlamlandıramadığı kavramları, ezberleme yoluna giderler (Yenilmez ve Yaşa, 2008). Fakat bir kavram tanımını ezberlemek, o kavramın anlaşılmasını sağlamamaktadır. Ezberlenen kavramlar içselleştirilemediği için anlamlı öğrenme gerçekleşmemekte ve bu durum yanlış anlamalara veya yanılgılara sebep olabilmektedir Dolayısıyla araştırmamızda elde ettiğimiz bu sonucun, birçok öğretmen adayının verilen kavram tanımlarını anlamlandırmadan, matematiksel sembollerin ve mantıksal açıklamaların formel tanımını ezberleme yolunu seçmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Öğrencilerin görmüş oldukları matematiksel kavramları, bilgileri ya da kuralları, doğru terminoloji ve doğru içerik ile kullanması, etkili matematik öğretiminin gerçekleşmesinin önemli parçalarından birisidir (Yeşildere, 2007). Fakat araştırmamızda öğretmen adaylarının kısmi türev tanımını yaparken alan dilindeki eksiklikleri dikkat çekmektedir. Bu sebeple öğretmen adaylarının matematiksel alan dilindeki eksikliklerinin matematiksel kavramlara ait yanılgılara sebep olduğu ya da matematiksel kavramlara ait yanılgıların matematiksel alan dilini etkili kullanımlarına engel olduğu düşünülmektedir. Ayrıca araştırmamızda birçok öğretmen adayının kısmi türevi benzer şekillerde tanımladığı belirlenmiştir. Bu durumun ise öğretim aşamasında kısmi türevin tanımlarına yer verilirken yalnızca belirli yönlerinin vurgulanmasından ya da farklı temsil biçimlerine yer verilmemesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Dolayısıyla sınıflarda kısmi türevin grafiksel, sözel, fiziksel ve sembolik temsil biçimlerine yer verilerek, öğrenciler açısından konunun anlaşılması ve anlamlandırılması için avantaj sağlanması oldukça önemlidir.

Hammer'a (1996) göre kavram yanılgılarının çoğu geleneksel metotlarla ortadan kaldırılamayacak kadar ısrarcıdırlar. Araştırmamızda elde ettiğimiz bulgular ise birçok öğretmen adayının sahip olduğu kavrayışları benzer durumlarda da uyguladığını göstermektedir. Örneğin KT3. sorunun çözümünde kısmi türev algoritmasını kullanan ve $\frac{0}{0}$ belirsizliğinin 0 sonucunu verdiği kavrayışına sahip öğrenciler, KT6. soruyu da aynı şekilde cevaplamışlardır. Benzer şekilde KT4. soruda tek değişkenli fonksiyonlarda türev ile kısmi türev arasındaki farkı ayırt etmek için kullanılan d ve ∂ sembollerine dair kavram yanılgısı, KT5. soruda da tespit edilmiştir. Elde edilen bu bulgular, Lannin, Barker ve Townsend'in (2007) çalışması ile birbirini destekler niteliktedir. Lannin ve diğerleri, çalışmalarına katılan iki öğrencinin belirli problem durumunda işleyen yanlış kavrayışlarını, karşılaşılan benzer problemlerin tüm durumlarına uygulamaya çalıştığı belirlenmiştir. Bu durum kavram yanılgılarının ısrarcı ve değişikliğe dirençli olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla öğretim aşamasında öğrencilere yanlış kavrayışlarını genelleyemeyeceği sorular sorularak, kavramsal şemalarının yeniden yapılandırılmasını sağlayacak örneklere yer verilmesi gerekmektedir (Lannin ve diğerleri, 2007).

Kısmi türeve ilişkin kavram yanılgıları incelendiğinde öğretmen adaylarının neredeyse tamamının tek değişkenli fonksiyonlarda türev ile kısmi türevi ayırt etmek için kullanılan d ve ∂ sembollerine ilişkin yanlış kavrayışlara sahip olduğu belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin tamamının KT4. soruda yanlış cevap vermesine neden olurken, KT5. soruda doğru cevap vermesine neden olmuştur. Benzer şekilde KT3. soruda tüm öğrencilerin doğru sonuca ulaştığı fakat büyük bir kısmının yanılgıya sahip olduğu belirlenmiştir. Li ve diğerlerine (2017) göre kavram yanılgıları yanlışlıkla doğru sonuçlara neden olabilmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin sahip olduğu yanlış kavrayışlar ayrıntılı gözlem yapılmadan tespit edilemezler. Eğer ki yanlışlıkla doğru sonuçlara neden olan kavram yanılgıları fark edilmez ise ileride daha güçlü yanılgıların oluşumuna neden olacaktır. Bunun önüne geçebilmek için öğretilecek konuya ilişkin öğrencilerin sahip olabileceği yanılgıların farkında olarak öğretimin planlanması oldukça önemlidir.

Sembollerin öğrenciler tarafından doğru anlamlandırılması, onların doğru kavramsallaştırmalara ulaşmalarını sağlayacaktır (Yeşildere, 2007). Dolayısıyla matematiksel sembollerin yanlış anlamlandırılması yanılgılara neden olabilmektedir. Araştırmamızda öğretmen adaylarının neredeyse tamamının d ve ∂ sembollerine ilişkin kavram yanılgılarına sahip olduğunu belirtmiştik. Bu durum, öğretmen adaylarının kavramsal gelişimlerine engel olmaktadır. Sembollere ilişkin tespit edilen bu yanılgıya, öğretim aşamasında sembol kullanımına yeterince vurgu yapılmamasının neden olduğu düşünülmektedir. Bu durumun önüne geçilebilmesi için öğretim aşamasında öğrencilerin bu sembollerin farkını ayırt edebileceği sorulara yer verilmesi ve matematiksel sembol kullanımına dikkat çekilmesi oldukça önemlidir.

Son olarak belirlenen yanılgılar incelendiğinde, bir takım öğretmen adayının kısmi türev algoritmasının ($f(x,y)$ fonksiyonunda, f_x'i bulmak için y'yi sabit tut, x'e göre türev al; f_y'yi bulmak için x'i sabit tut, y'e göre türev al) sonuç vermediği durumda, $\frac{0}{0}$ belirsizliğinin 0 sonucunu verdiği kavrayışına sahip olduğu belirlenmiştir. Bu kavrayış öğrencileri, doğru sonuca ulaştırsa da aslında öğrencilerin yanlış bir kavrayışa sahip oldukları açıktır. Belirsizlik ve tanımsızlık kavramları öğrenciler için anlaşılması güç kavramlardandır. (Özmantar, 2015). Dolayısıyla öğretmen adaylarının belirsizlik durumlarına ilişkin yanlış kavrayışlarının kısmi türev konusunda kavram yanılgılarına sebep olduğu düşünülmektedir. Bu kavram yanılgısının sebepleri arasında algoritmanın uygulanması sonucunda karşılaşılan belirsizliğin ne anlama geldiğinin tam olarak anlaşılmaması ve tanımsızlık ile belirsizliğin ifade ettiği anlamların tam olarak bilinmemesinin yer aldığı düşünülmektedir. Sonuç olarak öğrencilerin daha önce edindikleri kavramlara ilişkin sahip olduğu bilgi eksikliklerinin ve kavram yanılgılarının, yeni edinilen bilgilerle karıştırılarak, değiştirilerek veya kişisel kavramlarını oluşturmak için uyarlanarak (Cornu, 1991) yeni kavram yanılgılarının oluşumuna neden olduğu düşünülmektedir. Bu durum öğretim aşamasında öğrencilerin ön bilgilerindeki yanılgıların dikkate alınarak bir öğretim gerçekleşmesi gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Araştırmamız geleceğin matematik öğretmenlerinin kısmi türev konusunda çeşitli kavram yanılgılarına sahip olduğunu göstermektedir. Sonradan düzeltilebilme imkanı olsa da bu yanılgıları gidermek hiç de kolay değildir. Çünkü onların ortadan kaldırılabilmesi için mevcut bilgilerin yeniden yapılandırılması gerekmektedir. Bunun için öğretmen adaylarının mevcut kavramlarının yetersiz olduğunu kabul etmesi ve yeniden yapılandırma için çaba göstermesi gerekir. Bu noktada araştırmamızın matematik öğretmeni adaylarının ilgili konuda sahip oldukları kavrayışlarını fark etmeleri adına, farkındalık yaratacağı düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

Arslan S. ve Çelik D. (2013). Zor Sanılan İki Kavram: Limit ve Süreklilik. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Ed.), *Kavram ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar* (s. 463-487). Ankara: PegemA Yayıncılık.

Baki, A. ve Aydın Güç, F. (2014). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterimle ilgili kavram yanılgıları. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *5*(2), 176-206.

Bayazit İ. ve Aksoy Y. (2013). Fonksiyon Kavramının Matematiksel Manası ve Tarihsel Gelişimi. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Ed.), *Kavram ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar* (s. 463-487). Ankara: PegemA Yayıncılık.

Bingölbali, E. (2015) Türev kavramına ilişkin öğrenme zorlukları ve kavramsal anlama için öneriler. M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (4. Baskı, s. 223-252). Ankara: PegemA Yayıncılık.

Bingölbali, E. ve Özmantar, M.F. (2009). Matematiksel Kavram Yanılgıları: Sebepleri ve Çözüm Arayışları. Bingölbali, E. & Özmantar, M. F. (Ed.*), İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*, ss.1-30, Pegem A Yayıncılık, Ankara.

Canbazoğlu Bilici, S. (2019). Örnekleme Yöntemleri. H. Özmen ve O. Karamustafaoğlu (Ed.) *Eğitimde Araştırma Yöntemleri* (s. 56-78). Ankara: Pegem Akademi

Cornu, B. (2002). Limits. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (11. bs., s. 153-166). New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers.

Dereli, A. B. (2015). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının diziler ve seriler konusundaki hata ve kavram yanılgılarının tespit edilmesi.* yüksek lisans tezi, İnönü Üniversitesi, Malatya.

Gökçek, T., ve Açıkyıldız, G. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının türev kavramıyla ilgili yaptıkları hatalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *7*(1), 112-141.

Graeber, A. O. (1993). Misconceptions about multiplication and division. *Arithmetic Teacher*, *40*(7), 408-412.

Hammer, D. (1996). More than misconceptions: Multiple perspectives on student knowledge and reasoning, and an appropriate role for education resarch. *American Journal of Physics*, 64(10), 1316-1325.

Jones, S. ve Tanner, H. & (2000). *Becoming a successful teacher of mathematics* (s. 86-104). London, USA, Canada: RoutledgeFalmer.

Jong, C., Thomas, J. N., Fisher, M. H., Schack, E. O., Davis, M. A., & Bickett, M. E. (2017). Decimal Dilemmas: Interpreting and Addressing Misconceptions. Ohio Journal of School Mathematics , 13-21.

Karasar, N. (2002). Bilimsel Araştırma Yöntemi, Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Koçak, B. (2019). *Matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin üstel belirsizlikler ve diferansiyel konularındaki kavram yanılgılarının incelenmesi.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Lannin, J. K., Barker, D. D., & Townsend, B. E. (2007). How students view the general nature of their errors. *Educational Studies in Mathematics*, *66*(1), 43-59.

Li, V. L., Julaihi, N. H. ve Eng, T. H. (2017). Misconceptions and Errors in Learning Integral Calculus. *Asian Journal of University Education*, *13*(2), 17-39.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). *T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Dersi Öğretim Programı.* Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Merriam, S. B. (2018). *Nitel Araştırma Desen ve Uygulama İçin Bir Rehber*. S. Turan (Ed. Ve Çev.), Ankara: Nobel Yayıncılık

Özkaya, M. ve İşleyen, T. (2012). Fonksiyonlarla ilgili bazı kavram yanılgıları. *Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *3*(1), 1-32.
Özmantar, M.F. (2015) Sonsuzluk kavramı: Tarihsel gelişimi, öğrenci zorlukları ve çözüm önerileri. M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Eds.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (4. Baskı, s. 151-180). Ankara: PegemA Yayıncılık.
Özmantar, M.F., ve Yeşildere, S. (2015) Limit ve Süreklilik konularında kavram yanılgıları ve çözüm arayışları. M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Eds.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (4. Baskı, s. 151-180). Ankara: PegemA Yayıncılık.
Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *9*(15), 157-168.
Rakes, C. R. ve Ronau, R. N. (2019). Rethinking Mathematics Misconceptions: Using Knowledge Structures to Explain Systematic Errors within and across Content Domains. *International Journal of Research in Education and Science*, *5*(1), 1-21.
Sezgin Selçuk, G. (2019). Tarama Yöntemi. H. Özmen ve O. Karamustafaoğlu (Ed.) *Eğitimde Araştırma Yöntemleri* (s. 137-162). Ankara: Pegem Akademi.
Tall, D., ve Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, *12*(2), 151-169.
Thomas, G. B. (2010). *Thomas Calculus* (11. bs. Cilt. 2, s. 965-1063). (Çev. R. Korkmaz). İstanbul: Beta Basım A.Ş. (Orijinal yayın tarihi, 2005).
Vinner, S. (2002). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (11. bs., s. 65-81). New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers.
Yang, D. C., ve Sianturi, I. A. J. (2020). Sixth Grade Students' Performance, Misconception, and Confidence on a Three-Tier Number Sense Test. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-21.
Yenilmez, K. ve Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanılgıları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *21*(2), 461-483.
Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *24*(2), 61-70.
Zembat, İ. Ö. (2015). Kavram yanılgısı nedir?. Bulunduğu eser: M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (4. bs, s. 1-8). Ankara: PegemA Yayıncılık.

Makale Geçmişi	*Geliş:* 13.01.2022	*Kabul:* 10.02.2022	*Yayın:* 21.02.2022
Makale Türü	Araştırma Makalesi		
Önerilen Atıf	Yitmez, B.G. & Yılmaz, S. (2022). İlköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin kısmi türev konusundaki kavram yanılgılarının incelenmesi. *Journal of Research in Education and Teaching.* February, 11 (1), ss.. 40-55.		